

# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>V</b>
<b>Kurzfassung</b>	<b>IX</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	1
1.2 Stand der Forschung – Rand-Finite-Elemente-Methode . . . . .	4
1.3 Ziele und Aufbau der Arbeit . . . . .	9
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>11</b>
2.1 Grundlagen der linearen Elastizitätstheorie . . . . .	11
2.1.1 Spannungszustand . . . . .	11
2.1.2 Gleichgewichtsbedingungen . . . . .	13
2.1.3 Verzerrungen . . . . .	16
2.1.4 Elastizitätsgesetz . . . . .	19
2.2 Kirchhoffsche Plattentheorie . . . . .	20
2.2.1 Grundgleichungen . . . . .	20
2.2.2 Randbedingungen der Kirchhoffschen Plattentheorie . . . . .	23
2.3 Klassische Laminattheorie . . . . .	26
2.3.1 Elastizitätsgesetz einer unidirektional faserverstärkten Einzelschicht	26
2.3.2 Laminataufbau . . . . .	29
2.3.3 Kinematik der klassischen Laminattheorie . . . . .	29
2.3.4 Konstitutives Verhalten des Laminats . . . . .	30
2.3.5 Gleichgewichtsbedingungen . . . . .	31

2.4	Lösung von DGL-Systemen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . .	33
2.4.1	DGL-Systeme mit symmetrischen Koeffizientenmatrizen . . . . .	33
2.4.2	DGL-Systeme mit beliebigen Koeffizientenmatrizen . . . . .	34
<b>3</b>	<b>Neue Rand-Finite-Elemente-Formulierungen</b>	<b>37</b>
3.1	Einleitende Überlegungen und Definitionen . . . . .	38
3.1.1	Skalierung und Transformation der Geometrie . . . . .	38
3.1.2	Finite-Elemente-Diskretisierung . . . . .	40
3.1.3	Approximation der Verschiebungen . . . . .	41
3.1.4	Formulierung von Differentialoperatoren . . . . .	42
3.2	Das Schubstarre Plattenelement in der RFEM . . . . .	44
3.2.1	Variationsprinzip / Herleitung der Differentialgleichungen . . . . .	44
3.2.2	Homogene Lösung der Differentialgleichungen der Platte . . . . .	47
3.2.3	Aufbau der Gesamtsteifigkeitsmatrix . . . . .	50
3.2.4	Verschiebungsrandbedingungen auf den Seitenflächen . . . . .	52
3.3	Das Laminatenelement in der RFEM . . . . .	55
3.3.1	Variationsprinzip / Herleitung der Differentialgleichungen . . . . .	55
3.3.2	Homogene Lösung des DGL-Systems des Laminats . . . . .	59
3.3.3	Aufbau der Gesamtsteifigkeitsmatrix des Laminats . . . . .	61
3.4	Untersuchungen der Elementformulierungen . . . . .	64
3.4.1	Die Trapezplatte unter Querkraft . . . . .	64
3.4.2	Der $[\pm 45^\circ]_s$ -Winkelverbund unter Biegebeanspruchung . . . . .	65
3.4.3	Der $[0^\circ/90^\circ]$ -Kreuzverbund unter Normal- und Querkraft . . . . .	67
<b>4</b>	<b>Analyse von Singularitäten</b>	<b>69</b>
4.1	Spannungssingularitäten in der linear elastischen Bruchmechanik . . . . .	69
4.2	Stand der Forschung – Singularitätsordnungen . . . . .	72
4.3	Singularitätsexponenten der isotropen Platte . . . . .	76
4.4	Singularitätsexponenten der orthotropen Platte . . . . .	83
4.5	Singularitätsexponenten des symmetrischen Kreuzverbunds . . . . .	91
4.5.1	Singularitätsexponenten des Scheibenverhaltens . . . . .	91
4.5.2	Singularitätsexponenten des Plattenverhaltens . . . . .	98

4.6	Singularitätsexponenten des unsymmetrischen Kreuzverbunds . . . . .	103
4.7	Singularitätsexponenten des unsymmetrischen Winkelverbunds . . . . .	112
4.7.1	Einfluss von Randbedingungen . . . . .	115
5	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>119</b>
	<b>Literatur</b>	<b>122</b>