

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	V
Kurzfassung	IX
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Stand der Forschung – Rand-Finite-Elemente-Methode	4
1.3 Ziele und Aufbau der Arbeit	9
2 Theoretische Grundlagen	11
2.1 Grundlagen der linearen Elastizitätstheorie	11
2.1.1 Spannungszustand	11
2.1.2 Gleichgewichtsbedingungen	13
2.1.3 Verzerrungen	16
2.1.4 Elastizitätsgesetz	19
2.2 Kirchhoff'sche Plattentheorie	20
2.2.1 Grundgleichungen	20
2.2.2 Randbedingungen der Kirchhoff'schen Plattentheorie	23
2.3 Klassische Laminattheorie	26
2.3.1 Elastizitätsgesetz einer unidirektional faserverstärkten Einzelschicht	26
2.3.2 Laminataufbau	29
2.3.3 Kinematik der klassischen Laminattheorie	29
2.3.4 Konstitutives Verhalten des Laminats	30
2.3.5 Gleichgewichtsbedingungen	31

2.4	Lösung von DGL-Systemen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	33
2.4.1	DGL-Systeme mit symmetrischen Koeffizientenmatrizen	33
2.4.2	DGL-Systeme mit beliebigen Koeffizientenmatrizen	34
3	Neue Rand-Finite-Elemente-Formulierungen	37
3.1	Einleitende Überlegungen und Definitionen	38
3.1.1	Skalierung und Transformation der Geometrie	38
3.1.2	Finite-Elemente-Diskretisierung	40
3.1.3	Approximation der Verschiebungen	41
3.1.4	Formulierung von Differentialoperatoren	42
3.2	Das schubstarre Plattenelement in der RFEM	44
3.2.1	Variationsprinzip / Herleitung der Differentialgleichungen	44
3.2.2	Homogene Lösung der Differentialgleichungen der Platte	47
3.2.3	Aufbau der Gesamtsteifigkeitsmatrix	50
3.2.4	Verschiebungsrandbedingungen auf den Seitenflächen	52
3.3	Das Laminat-Element in der RFEM	55
3.3.1	Variationsprinzip / Herleitung der Differentialgleichungen	55
3.3.2	Homogene Lösung des DGL-Systems des Laminats	59
3.3.3	Aufbau der Gesamtsteifigkeitsmatrix des Laminats	61
3.4	Untersuchungen der Elementformulierungen	64
3.4.1	Die Trapezplatte unter Querkraft	64
3.4.2	Der $[\pm 45^\circ]$ -Winkelverbund unter Biegebeanspruchung	65
3.4.3	Der $[0^\circ/90^\circ]$ -Kreuzverbund unter Normal- und Querkraft	67
4	Analyse von Singularitäten	69
4.1	Spannungssingularitäten in der linear elastischen Bruchmechanik	69
4.2	Stand der Forschung – Singularitätsordnungen	72
4.3	Singularitätsexponenten der isotropen Platte	76
4.4	Singularitätsexponenten der orthotropen Platte	83
4.5	Singularitätsexponenten des symmetrischen Kreuzverbunds	91
4.5.1	Singularitätsexponenten des Scheibenverhaltens	91
4.5.2	Singularitätsexponenten des Plattenverhaltens	98

4.6	Singularitätsexponenten des unsymmetrischen Kreuzverbunds	103
4.7	Singularitätsexponenten des unsymmetrischen Winkelverbunds	112
4.7.1	Einfluss von Randbedingungen	115
5	Zusammenfassung und Ausblick	119
	Literatur	122