

Inhalt

Vorwort — VII

1	Mengentheoretische Grundlagen — 1
1.1	Mengen, Relationen, Abbildungen — 1
1.1.1	Mengen und Mengenoperationen — 1
1.1.2	Relationen und Abbildungen — 3
1.2	Axiomatik — 10
1.2.1	Einleitende Dar- und Klarstellung — 10
1.2.2	Was soll am Begriff „Menge“ eigentlich unklar sein? — 12
1.2.3	Die hoffentlich harmlosen 10 Gebote — 14
1.2.4	Das Auswahlaxiom — 19
1.2.5	Ordinalzahlen — 29
1.3	Mächtigkeiten, Kardinalzahlen — 32
1.4	Filter und Ultrafilter — 40
1.4.1	Einige Definitionen und elementare Eigenschaften — 42
1.4.2	Filter und Abbildungen — 47
1.4.3	Wie viele Ultrafilter gibt es auf einer Menge? — 52
	Lösungsvorschläge — 54
2	Das Konzept <i>Topologischer Raum</i> — 57
2.1	Metrische Räume — 57
2.1.1	Eine schöne und eine über den Tellerrand weisende Nachricht — 64
2.2	Topologische Räume — 68
2.2.1	Offener Kern und abgeschlossene Hülle — 71
2.2.2	Vergleich und Erzeugung von Topologien — 76
2.2.3	Abzählbarkeitseigenschaften — 79
2.2.4	Stetigkeit — 82
2.2.5	Kurze Anmerkung über Netze (Moore-Smith-Folgen) — 88
	Lösungsvorschläge — 91
3	Einige topologische Konstruktionen — 94
3.1	Initiale und finale Topologien — 94
3.1.1	Spurtopologie — 97
3.1.2	Quotiententopologie — 99
3.1.3	Produkte und Coprodukte — 100
	Lösungsvorschläge — 103
4	Trennungseigenschaften — 107
4.1	Die schwachen Trennungsaxiome — 107

4.1.1	T_0 -Räume — 107
4.1.2	T_1 -Räume — 110
4.2	Hausdorff-Räume — 111
4.3	Eine Symmetriebedingung: R_0 -Räume — 115
4.4	Aus der Reihe tanzende Trennungsaxiome: T_3, T_4 — 117
	Lösungsvorschläge — 132

5 Kompaktheit — 136

5.1	Kompakte Räume und Teilmengen — 136
5.1.1	Variationen zum Thema Abzählbarkeit — 142
5.1.2	Lindelöf und die bösen Auswahlfilter — 147
5.2	Relative Kompaktheit — 149
5.2.1	Was haben kompakte Teilmengen, was relativ kompakte nicht haben? — 153
5.2.2	Eine abzählbare Anwendung — 155
5.3	Lokale Kompaktheit — 157
5.3.1	Ein Abschweif: ε -erzeugte Räume — 160
5.3.2	Ein Ausblick: Funktionenräume — 164
5.3.3	Ascoli-Sätze — 175
5.4	Kompaktifizierungen — 181
5.4.1	Alexandroff-Kompaktifizierung — 182
5.4.2	Stone-Čech-Kompaktifizierung — 185
5.4.3	Wallman-Kompaktifizierung — 196
5.5	Metakompakt, parakompakt – voll normal — 202
5.5.1	Einige Überdeckungseigenschaften — 202
5.5.2	Charakterisierung durch Filterkonvergenz — 206
5.5.3	Der Satz von Michael & Stone — 211
5.5.4	Ein Blick zurück: Metrisierbarkeit — 216
	Lösungsvorschläge — 223

6 Zusammenhang — 229

6.1	Zusammenhängende Räume — 229
6.2	Wegzusammenhang — 234
6.3	Lokalisation — 239
6.4	Besonders Unzusammenhängendes — 244
	Lösungsvorschläge — 248

7 Uniforme Räume — 251

7.1	Uniforme Räume und Abbildungen — 252
7.2	Uniforme Räume und Konvergenz — 254
7.3	Trennungseigenschaften — 258
7.4	Uniforme Konstruktionen — 260

7.5	Vollständige uniforme Räume, Vervollständigung —	263
7.6	Präkompaktheit —	271
7.6.1	Uniformisierbarkeit —	273
	Lösungsvorschläge —	274
8	Hyperräume —	276
8.1	Die Hausdorff-Metrik —	277
8.2	Die Bourbaki-Uniformität —	279
8.3	Die Vietoris-Topologie —	280
8.4	Allgemeiner: Hit-and-Miss-Topologien —	282
8.5	Kompakte Vereinigungen —	286
8.6	Verbindung zu Funktionenräumen: eine famose Einbettung —	288
8.7	Ein Hütchenspiel —	290
	Lösungsvorschläge —	294
	Literatur —	297
	Ergänzendes und Weiterführendes —	298
	Empfohlene Internetseiten —	299
	Stichwortverzeichnis —	301