

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	1
I Zahlen	5
1. Rechnen mit ganzen Zahlen	6
Addition, Subtraktion und Multiplikation	7
Division mit Rest	7
Teiler und Primzahlen	9
Der ggT und das kgV	11
2. Rechnen mit Brüchen	12
Rationale Zahlen	13
Addition und Subtraktion von Brüchen	15
Multiplikation und Division von Brüchen	17
3. Potenzen und Wurzeln	18
Potenzen mit ganzen Exponenten	19
Wurzeln aus ganzen Zahlen	21
Wurzeln aus Brüchen in der Standardform	23
n-te Wurzeln in der Standardform	25
Potenzen mit rationalen Exponenten	27
II Algebra	29
4. Rechnen mit Buchstaben	30
Prioritätsregeln	31
Rechnen mit Potenzen	33
Klammern auflösen	35
Terme ausklammern	37
Die Bananenformel	39
5. Die binomischen Formeln	40
Das Quadrat einer Summe oder einer Differenz	41
Die Differenz zweier Quadrate	43

6. Brüche mit Buchstaben	46
Aufspalten und auf einen gemeinsamen Nenner bringen	47
Vereinfachen von Brüchen	49
III Zahlenfolgen	51
7. Fakultäten und Binomialkoeffizienten	52
Die Formeln für $(a + b)^3$ und $(a + b)^4$	53
Binomialkoeffizienten und das Pascalsche Dreieck	55
Das Berechnen der Binomialkoeffizienten	57
Der binomische Lehrsatz und die Sigma-Notation	59
8. Folgen und Grenzwerte	60
Arithmetische Folgen	61
Geometrische Reihen	63
Periodische Dezimalzahlen	65
Spezielle Grenzwerte	65
Grenzwerte von Quotienten	67
Wachstumsraten von Folgen	67
Was ist die genaue Bedeutung des Grenzwertes einer Folge? . .	69
IV Gleichungen	71
9. Lineare Gleichungen	72
Allgemeine Lösungsregeln	73
Ungleichungen	75
Reduktion einer Gleichung zu einer linearen Gleichung	77
10. Quadratische Gleichungen	78
Quadratische Gleichungen	79
Quadratische Ergänzung	81
Die abc -Formel und die pq -Formel	83
11. Lineare Gleichungssysteme	84
Zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten.	85
Drei Gleichungen mit drei Unbekannten	87
V Geometrie	89
12. Geraden in der Ebene	90
Die Gleichung einer Geraden in der Ebene	91
Die Gleichung einer Geraden durch zwei Punkte	93
Der Schnittpunkt zweier Geraden	95
13. Abstände und Winkel	96
Abstand und Mittelsenkrechte	97
Der Normalenvektor einer Geraden	99
Senkrechter Stand von Geraden und Vektoren	101
Das Skalarprodukt	103

14. Kreise	104
Kreisgleichungen	105
Die Schnittpunkte eines Kreises mit einer Geraden	107
Die Schnittpunkte zweier Kreise	109
Tangenten an einen Kreis	111
15. Raumgeometrie	112
Koordinaten und Skalarprodukt im Raum	113
Ebenen und Normalenvektoren	115
Parallele und einander schneidende Ebenen	117
Drei Ebenen	119
Kugeln und Tangentialebenen	121
VI Funktionen	123
16. Funktionen und Graphen	124
Lineare Funktionen	125
Quadratische Funktionen und Parabeln	127
Schnittpunkte von Graphen	129
Gebrochen lineare Funktionen	131
Potenzfunktionen, Wurzelfunktionen und Betragsfunktion . . .	133
Polynome	135
Rationale Funktionen	137
17. Trigonometrie	138
Winkelmessung	139
Sinus, Cosinus und Tangens	141
Der Tangens auf der Tangente	143
Das rechtwinklige Dreieck	143
Additionstheoreme und Verdopplungsformeln	145
Graphen der Winkelfunktionen	147
Arcussinus, Arcuscosinus und Arcustangens	149
Graphen von Arcussinus, Arcuscosinus und Arcustangens . . .	151
Ein Standardgrenzwert	153
Dreiecksgeometrie	155
18. Exponentialfunktionen und Logarithmen	156
Exponentialfunktionen	157
Logarithmische Funktionen	159
Die Funktion e^x und der natürliche Logarithmus	161
Weiteres zum natürlichen Logarithmus	163
Standardgrenzwerte	165

19. Parametrisierte Kurven	166
Kurven in der Ebene	167
Polarkoordinaten	169
Raumkurven	171
Geraden in Parameterdarstellung	173
VII Differenzial- und Integralrechnung	175
20. Differenzieren	176
Tangente und Ableitung	177
Rechenregeln und Standardableitungen	179
Differenzierbarkeit	181
Höhere Ableitungen	183
Wachsende, fallende Funktionen, Vorzeichen der Ableitung . .	185
Extremwerte	187
Kritische Punkte und Wendepunkte	189
Knobeln mit Funktionen und ihren Ableitungen	191
21. Differenziale und Integrale	192
Differenziale – Definition und Rechenregeln	193
Fehlerabschätzungen	195
Wie gut ist das Differenzial als Annäherung?	197
Eine Flächeninhaltsberechnung	199
Flächeninhalt und Stammfunktion	201
Integrale – allgemeine Definition und Rechenregeln	203
Stammfunktionen der Standardfunktionen	205
Nochmals der Zusammenhang zwischen Fläche und Integral .	207
Unbestimmte Integrale	209
Die Stammfunktionen von $f(x) = \frac{1}{x}$	211
22. Integrationstechniken	212
Die Substitutionsregel	213
Explizite Substitutionen	215
Partielle Integration	217
Gemischte Aufgaben	218
Beispiele der partiellen Integration	219
Uneigentliche Integrale vom Typ I	221
Uneigentliche Integrale vom Typ II	223
Summen und Integrale	225
Numerische Integration	227
Gibt es immer eine Formel für die Stammfunktion?	229

23. Anwendungen	230
Der Tangentialvektor an eine parametrisierte Kurve	231
Die Bogenlänge einer Kurve	233
Der Inhalt eines Rotationskörpers	235
Flächeninhalt der Mantelfläche eines Rotationskörpers	237
Exponentielles Wachstum	239
Logistisches Wachstum – das Richtungsfeld	241
Logistisches Wachstum – Die Lösungsfunktionen	243
VIII Hintergrundwissen	245
24. Reelle Zahlen und Koordinaten	247
Die Zahlengerade	247
Die Akkoladen-Notation für Mengen	248
Intervalle	248
Mathematik und Realität	249
Koordinaten in der Ebene	249
Der Satz des Pythagoras	251
Koordinaten im Raum	252
25. Funktionen, Grenzwerte und Stetigkeit	253
Funktionen, Definitionsbereich und Bildmenge	253
Umkehrbare Funktionen	254
Symmetrie	255
Periodizität	255
Grenzwerte	256
Stetigkeit	258
26. Ergänzende Herleitungen	261
Skalarprodukt und Cosinussatz	261
Exponentialfunktionen und Logarithmen	261
Rechenregeln für Ableitungen	262
Differenziale und Kettenregel	264
Ableitung der Standardfunktionen	264
Antworten	271
Formelsammlung	313
Stichwortverzeichnis	321