

# Inhalt

---

## Teil A Grundlagen

---

<b>1 Überblick über verschiedene Strömungen und ihre physikalischen Merkmale</b>	<b>3</b>
1.1 Vorüberlegungen	3
1.1.1 Gegenstand der Strömungsmechanik	3
1.1.2 Strömungsmechanik als Kontinuumstheorie	3
1.2 Verschiedene Aspekte zur Charakterisierung von Strömungen	5
1.2.1 Aspekte des Strömungsverhaltens	5
1.2.2 Aspekte des Fluidverhaltens	8
<i>Anmerkung 1.1: Teilgebiete der Strömungsmechanik</i>	10
<b>2 Physikalisch/mathematische Modellbildung in der Strömungsmechanik</b>	<b>13</b>
2.1 Vorüberlegungen	13
2.2 Bildung physikalisch/mathematischer Modelle	14
2.3 Dimensionsanalyse	16
2.3.1 Vorbemerkung	16
2.3.2 Das Pi-Theorem	17
2.3.3 Modellbildung durch Aufstellen der Relevanzliste	21
<i>Anmerkung 2.1: Vorteil dimensionsloser Darstellung</i>	23
2.3.4 Kennzahlen und Modell-Theorie	23
<b>3 Spezielle Phänomene</b>	<b>27</b>
3.1 Haftbedingung/Grenzschichten	27
<i>Anmerkung 3.1: Physikalisch/mathematische Modelle ohne Haftbedingung</i>	30
3.2 Strömungsablösung	30

3.2.1	Stromlinien . . . . .	30
3.2.2	Stromlinienverlauf bei Strömungsablösung . . . . .	31
3.3	Turbulenz . . . . .	32
3.3.1	Entstehung turbulenter Strömungen (Transition) . . . . .	32
3.3.2	Erscheinungsbild turbulenter Strömungen . . . . .	32
	<i>Anmerkung 3.2: Charakteristische Zeiten turbulenter Strömungen</i>	35
3.3.3	Eigenschaften turbulenter Strömungen . . . . .	35
3.4	Drehung und Zirkulation . . . . .	36
3.4.1	Vorbemerkung . . . . .	36
3.4.2	Drehung . . . . .	37
	<i>Anmerkung 3.3: Definition der Drehung in einer allgemeinen dreidimensionalen Strömung</i> . . . . .	38
3.4.3	Zirkulation . . . . .	39
3.5	Kompressibilität und Druckwellen . . . . .	39
3.5.1	Vorbemerkungen . . . . .	39
3.5.2	Ausbreitung von schwachen Druckwellen, Schallgeschwindigkeit . . . . .	41
3.5.3	Ausbreitung von starken Druckwellen, Verdichtungsstöße, Verdünnungswellen . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Grundgleichungen der Strömungsmechanik . . . . .</b>	<b>47</b>
4.1	Erhaltungsgrößen, Bilanzgleichungen . . . . .	47
	<i>Anmerkung 4.1: Bilanzen in Bezug auf endliche Kontrollräume</i> . . . . .	48
	<i>Anmerkung 4.2: Relativistische Mechanik</i> . . . . .	48
4.2	Teilchenfeste/ortsfeste Betrachtungsweise . . . . .	48
4.3	Übergang von der teilchenfesten auf die ortsfeste Betrachtungsweise . . . . .	50
4.4	Allgemeine Bilanzgleichungen, dimensionsbehaftet . . . . .	51
4.5	Erläuterungen zu den allgemeinen Bilanzgleichungen . . . . .	52
4.5.1	Erläuterungen zur Kontinuitätsgleichung ( $K^*$ ) . . . . .	52
	<i>Anmerkung 4.3: Bilanzgleichungen in konservativer Form; Interpretation der Kontinuitätsgleichung in der Eulerschen (ortsfesten) Betrachtungsweise</i> . . . . .	54
	<i>Anmerkung 4.4: Spezialfälle der allgemeinen Kontinuitätsgleichung</i>	56

4.5.2 Erläuterungen zu den Impulsgleichungen ( $\mathbf{XI}^*$ ), ( $\mathbf{YI}^*$ ) und ( $\mathbf{ZI}^*$ ) . . . . .	56
Anmerkung 4.5: <i>Druck in strömenden Fluiden, Stokessche Hypothese, mechanischer Druck, modifizierter Druck</i>	58
4.5.3 Erläuterungen zu den Energiegleichungen ( $\mathbf{E}^*$ ), ( $\mathbf{ME}^*$ ) und ( $\mathbf{TE}^*$ ) . . . . .	59
Anmerkung 4.6: <i>Potentielle Energie als Teil der Gesamtenergie bzw. -enthalpie</i> . . . . .	61
4.6 Spezielle konstitutive Gleichungen, dimensionsbehaftet . . . . .	61
4.6.1 Konstitutive Gleichungen für $\tau_{ij}^*$ in den Impulsgleichungen / Newtonsche Fluide . . . . .	62
4.6.2 Konstitutive Gleichungen für $q_i^*$ in den Energiegleichungen / Fouriersches Wärmeleitungsverhalten . . . . .	64
4.7 Navier-Stokes-Gleichungen, dimensionsbehaftet . . . . .	65
4.8 Entdimensionierung der Grundgleichungen . . . . .	68
Anmerkung 4.7: <i>Index-Schreibweise der Grundgleichungen, hier: Navier-Stokes-Gleichungen</i> . . . . .	70
Anmerkung 4.8: <i>Vektor-Schreibweise der Grundgleichungen, hier: Navier-Stokes-Gleichungen</i> . . . . .	72
Anmerkung 4.9: <i>Wirbeltransportgleichung als spezielle Form der Navier-Stokes-Gleichungen</i> . . . . .	73
Anmerkung 4.10: <i>Einführung einer Stromfunktion</i> . . . . .	75
Anmerkung 4.11: <i>Bilanzen in endlichen Kontrollräumen</i> . . . . .	76
Anmerkung 4.12: <i>Impulsmomentengleichungen als weitere Bilanzgleichungen</i> . . . . .	78
Anmerkung 4.13: <i>Natürliche Konvektionsströmungen</i> . . . . .	78
<b>5 Das Turbulenzproblem</b> . . . . .	<b>81</b>
5.1 Der Energiehaushalt turbulenter Strömungen . . . . .	81
Anmerkung 5.1: <i>Kaskadenprozess in „Gedichtform“</i> . . . . .	84
Anmerkung 5.2: <i>Korrelationen zwischen zwei turbulenten Schwankungsgrößen</i> . . . . .	84
5.2 Direkte numerische Simulation (DNS) . . . . .	86
5.3 Grundgleichungen für zeitgemittelte Größen . . . . .	89
5.3.1 Zeitmittelung der Strömungsgrößen . . . . .	89

5.3.2	Zeitmittelung der Grundgleichungen (RANS)	91
	<i>Anmerkung 5.3: Die Kontinuitätsgleichung bei konventioneller Mittelung</i>	94
5.3.3	Allgemeine Grundgleichungen für die zeitgemittelten Strömungsgrößen/spezielle konstitutive Gleichungen	94
5.4	Turbulenzmodellierung	100
	<i>Anmerkung 5.4: Modellierung weiterer turbulenter Zusatzterme</i>	107
5.4.1	Turbulenzmodelle I: Wirbelviskositäts-Modelle	107
5.4.2	Turbulenzmodelle II: Reynolds-Spannungs-Modelle	113
	<i>Anmerkung 5.5: „Zweite Momente“</i>	115
	<i>Anmerkung 5.6: Schließung durch zusätzliche Gleichungen</i>	116
	<i>Anmerkung 5.7: Homogene Turbulenz</i>	116
	<i>Anmerkung 5.8: Isotrope Turbulenz</i>	116
	<i>Anmerkung 5.9: Modellierung der Reynoldsschen Wärmestromdichte <math>\lambda_t^*</math></i>	117
	<i>Anmerkung 5.10: Grobstruktur-Simulation (LES)</i>	118
	<i>Anmerkung 5.11: Entstehung der Turbulenz/Strömungsstabilität bzw. -instabilität</i>	118

---

## Teil B Die physikalisch/mathematische Modellierung spezieller Strömungen

---

### B1 Eindimensionale Näherung

---

6	Stromfadentheorie bei endlichen Querschnitten für inkompressible Strömungen	127
6.1	Stromfaden, Stromröhre	127
6.2	Mechanische Energiegleichung	127
6.2.1	Bernoulli-Gleichung	127
	<i>Anmerkung 6.1: Hydrostatisches Grundgesetz als Grenzfall der Bernoulli-Gleichung für <math>u_{Si}^* = 0</math> / Kräfte auf feste Wände</i>	131

<i>Anmerkung 6.2: Druckverteilung in gleichförmig rotierenden Fluiden</i>	135
<i>Anmerkung 6.3: Auswertung der Bernoulli-Gleichung bei endlichen Querschnitten</i>	135
<i>Anmerkung 6.4: Instationäre Bernoulli-Gleichung</i>	136
6.2.2 Erweiterte Bernoulli-Gleichung	137
<i>Anmerkung 6.5: Andere Formen der (erweiterten) Bernoulli-Gleichung</i>	142
<i>Anmerkung 6.6: Dynamischer Druck, Gesamtdruck</i>	142
6.3 Thermische Energiegleichung	144
<i>Anmerkung 6.7: Gesamt-Energiegleichung der Stromfadentheorie</i>	145
6.4 Impulsgleichungen	146
<b>7 Stromfadentheorie bei endlichen Querschnitten für kompressible Strömungen</b>	<b>155</b>
7.1 Vorbemerkung	155
7.2 Grundgleichungen für isentrope Strömungen	155
7.3 Besondere Entdimensionierung des Gleichungssystems; Erzeugung von Überschallströmungen in einer Stromröhre	157
7.4 Berechnung der kompressiblen isentropen Strömung durch eine Stromröhre	163
<i>Anmerkung 7.1: Die inkompressible Strömung als Grenzfall der kompressiblen Strömung</i>	166
7.5 Senkrechter Verdichtungsstoß	168
<i>Anmerkung 7.2: Schiefer Verdichtungsstoß</i>	173

---

## B2 Zweidimensionale Näherung

---

<b>8 Reibungsfreie Umströmungen</b>	<b>179</b>
8.1 Euler-Gleichungen	179
8.2 Potentialströmungen	182
8.2.1 Vorbemerkung	182
8.2.2 Drehungsfreie Strömungen (Potentialströmungen)	183

<i>Anmerkung 8.1: Konstante Drehung bzw. Drehungsfreiheit als Bedingung für eine reibungsfreie Strömung</i>	184
8.2.3 Direkte Lösungen für Potentialströmungen	185
8.2.4 Indirekte Lösungen für Potentialströmungen	186
8.2.5 Singularitätenmethoden	191
<b>9 Reibungsbehaftete Umströmungen</b>	<b>193</b>
9.1 Vorbemerkung	193
9.2 Die Entstehung und Physik von Strömungsgrenzschichten	194
9.3 Die Grenzschichttheorie als asymptotische Theorie für $Re \rightarrow \infty$	199
9.4 Grenzschichttheorie für laminare Strömungen	201
9.4.1 Grenzschicht-Effekt: Widerstand	210
9.4.2 Grenzschicht-Effekt: Verdrängung	215
<i>Anmerkung 9.1: Selbstähnliche Grenzschichten (laminar)</i>	219
<i>Anmerkung 9.2: Grenzschichtablösung (laminar)</i>	219
9.5 Grenzschichttheorie für turbulente Strömungen	221
9.5.1 Die Entstehung und Physik der Wandschicht	224
9.5.2 Der Übergang in den vollturbulenten Bereich	231
<i>Anmerkung 9.3: Logarithmisches „Wand“gesetz als asymptotische Anpassungsbedingung</i>	233
9.5.3 Der vollturbulente Bereich (Defekt-Schicht)	235
<i>Anmerkung 9.4: Indirekte Turbulenzmodellierung zur Bestimmung des Geschwindigkeits-Defektes</i>	237
9.5.4 Ergebnisse für turbulente Grenzschichten	238
<i>Anmerkung 9.5: Grenzschichtablösung (turbulent)</i>	247
<i>Anmerkung 9.6: Turbulenzgrad der Außenströmung</i>	247
<i>Anmerkung 9.7: Temperaturgrenzschichten</i>	248
<i>Anmerkung 9.8: Der Transitionsprozess bei ebenen Grenzschichten/ Strömungsstabilität bzw. -instabilität</i>	249
<b>10 Durchströmungen</b>	<b>253</b>
10.1 Ausgebildete Durchströmungen	253
10.1.1 Das Konzept des hydraulischen Durchmessers	254
10.1.2 Laminare Strömungen im ebenen Kanal	257

	Inhalt	xv
<i>Anmerkung 10.1: Ausgebildete laminare Strömung im Rohr (Kreisquerschnitt)</i>		262
10.1.3 Turbulente Strömungen im ebenen Kanal		262
<i>Anmerkung 10.2: Ausgebildete turbulente Strömung im Rohr (Kreisquerschnitt)</i>		267
10.2 Nichtausgebildete Durchströmungen		267
10.2.1 Laminare Einlaufströmungen im ebenen Kanal		270
<i>Anmerkung 10.3: Laminare Einlaufströmungen im Rohr (Kreisquerschnitt)</i>		271
10.2.2 Turbulente Einlaufströmungen		271
<i>Anmerkung 10.4: Kräfte- und Energiebilanzen bei Durchströmungen</i>		273

---

### B3 Dreidimensionale Näherung

---

<b>11 Vereinfachte Gleichungen für dreidimensionale Strömungen</b>		<b>277</b>
11.1 Dreidimensionale Körperumströmungen		277
11.1.1 Reibungsfreie Umströmungen und Potentialströmungen		277
<i>Anmerkung 11.1: Das d'Alembertsche Paradoxon bei räumlichen Strömungen</i>		280
11.1.2 Strömungsgrenzschichten		281
11.2 Dreidimensionale Durchströmungen		292
11.2.1 Vorbemerkung		292
11.2.2 Parabolisierte, teilparabolisierte Navier-Stokes-Gleichungen		292
<b>12 Spezielle Aspekte bei der numerischen Lösung komplexer Strömungsprobleme</b>		<b>295</b>
12.1 Numerische Lösung dimensionsloser Gleichungen		295
12.1.1 Bestimmung dimensionsloser Ergebnisse aus dimensionsbehafteten Gleichungen		297
12.1.2 Bestimmung weiterer dimensionsbehafteter Ergebnisse aus einer dimensionsbehafteten Lösung		301

12.2 Numerische Lösungen bei turbulenten Strömungen . . .	303
12.3 Numerische Lösungen kritisch gesehen . . . . .	308
<i>Anmerkung 12.1: Validierung und Verifikation</i> . . . . .	311

---

## Teil C Strömungen aus thermodynamischer Sicht

---

<b>13 Thermodynamische Aspekte von Strömungen . . . .</b>	<b>317</b>
13.1 Vorbemerkungen . . . . .	317
13.2 Thermodynamische Grundbegriffe und die dahinter stehenden Konzepte . . . . .	317
13.2.1 Thermodynamische Gesamtenergie und Teilenergiegleichungen . . . . .	317
13.2.2 Entropie und Entropieproduktion . . . . .	318
<i>Anmerkung 13.1: Entropie als Postprocessing-Größe</i> . . . . .	322
13.2.3 Exergie und Anergie . . . . .	322
<i>Anmerkung 13.2: Entropieproduktion durch Wärmeleitung</i> . . . .	325
<b>14 Strömungsverluste aus thermodynamischer Sicht . . .</b>	<b>327</b>
14.1 Vorbemerkungen . . . . .	327
14.2 Alternative, einheitliche Definition von Widerstandszahlen und -beiwerten . . . . .	328
<i>Anmerkung 14.1: Motivation und Vorteil der alternativen Definition             von <math>\hat{\zeta}</math> und <math>\hat{c}_W</math></i> . . . . .	329
14.3 Exergieverluste durch Strömungen . . . . .	329
14.4 Anwendung der alternativen Widerstandszahlen und -beiwerte . . . . .	330
14.4.1 Widerstandszahlen durchströmter Bauteile . . . . .	331
<i>Anmerkung 14.2: Genauigkeit der <math>\hat{\zeta}</math>-Werte</i> . . . . .	336
14.4.2 Widerstandsbeiwerte umströmter Körper . . . . .	337
<b>15 Konvektive Wärmeübertragung und ihre Bewertung . .</b>	<b>341</b>



---

**Teil D Übungsaufgaben**

---

<b>Aufgaben . . . . .</b>	<b>347</b>
<b>Lösungswege und -Hinweise zu den Aufgaben . . . .</b>	<b>365</b>
<hr/>	
<b>Anhang 1 Vektoroperatoren und ihre Bedeutung in kartesischen Koordinaten . . . . .</b>	<b>391</b>
<b>Anhang 2 Andere Koordinatensysteme/Grundgleichungen in Zylinderkoordinaten . . . . .</b>	<b>393</b>
<b>Häufig verwendete Indizes und Kennungen . . . . .</b>	<b>397</b>
<b>Symbole und Formelzeichen . . . . .</b>	<b>399</b>
<b>Index . . . . .</b>	<b>406</b>