

# Inhalt

Vorwort — V

Über Mathematik und Wirklichkeit und dieses Buch — VII

## Teil I: Grundlagen

1 Logik — 3

2 Mengen — 8

3 Relationen — 15

3.1 Abbildungen — 17

## Teil II: Arithmetik

4 Die natürlichen Zahlen — 25

4.1 Das Prinzip der vollständigen Induktion — 25

4.2 Der binomische Satz — 26

4.3 Primzahlen — 28

5 Erweiterungen der Zahlenmenge — 31

5.1 Die ganzen Zahlen — 31

5.2 Gruppe — 33

5.3 Die rationalen Zahlen — 34

5.4 Körper — 35

5.5 Die reellen Zahlen — 36

5.6 Die komplexen Zahlen — 38

## Teil III: Elementare Geometrie

6 Ebene Geometrie — 45

7 Trigonometrie — 51

8 Vektoren — 55

8.1 Vektoraddition — 55

8.2 Skalarmultiplikation — 57

8.3 Einheitsvektor — 58

8.4 Skalarprodukt — 59

8.5	Kreuzprodukt — 61
8.6	Parallelverschiebung — 63
8.7	Polarkoordinaten — 64
8.8	Vektorraum — 65
<b>9</b>	<b>Geometrie des <math>\mathbb{R}^3</math> — 68</b>
9.1	Geradengleichungen — 68
9.2	Abstand eines Punktes von einer Geraden — 70
9.3	Ebenengleichungen — 71
9.4	Reguläre Polyeder — 72
9.5	Orthonormalbasis — 73
 Teil IV: Lineare Algebra	
<b>10</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme — 81</b>
10.1	Darstellung von linearen Gleichungssystemen — 83
10.2	Elementaroperationen — 84
10.3	Gaußsches Eliminationsverfahren — 85
<b>11</b>	<b>Matrizen — 90</b>
11.1	Addition und Multiplikation von Matrizen — 90
11.2	Die transponierte Matrix — 92
11.3	Elementarmatrizen — 93
11.4	Inversion von Matrizen — 94
11.5	Das Matrixinversionsverfahren — 96
<b>12</b>	<b>Determinanten — 99</b>
12.1	Sätze über Determinanten — 101
12.2	Berechnung von Determinanten — 103
12.3	Die adjungierte Matrix — 107
12.4	Die Cramersche Regel — 109
<b>13</b>	<b>Transformationen mit Matrizen — 114</b>
13.1	Drehungen — 115
13.2	Streckung und Spiegelungen — 117
13.3	Orthogonale Matrizen — 118
13.4	Lösungsmengen irregulärer linearer Gleichungssysteme — 121
<b>14</b>	<b>Iterative Lösung von linearen Gleichungssystemen — 127</b>
14.1	Das Verfahren nach Gauß und Seidel — 127
14.2	Stabilität — 128

**Teil V: Algebra und Geometrie**

<b>15</b>	<b>Polynome — 133</b>
15.1	Geschlossene Lösungsverfahren — 137
15.2	Approximation der Nullstellen — 141
<b>16</b>	<b>Zweidimensionale quadratische Formen — 144</b>
16.1	Allgemeine Gleichungen zweiten Grades — 147
16.2	Eigenwerte und Eigenvektoren — 149
<b>17</b>	<b>Die Kegelschnitte — 152</b>
17.1	Die Ellipse — 152
17.2	Die Parabel — 158
17.3	Die Hyperbel — 160
17.4	Tangenten und Polaren der Kegelschnitte — 164
17.5	Vergleich der Kegelschnitte — 167
17.6	Begründung der Bezeichnung „Kegelschnitt“ — 168
<b>18</b>	<b>Sphärische Geometrie — 175</b>
18.1	Sphärische Trigonometrie — 178

**Teil VI: Infinitesimalrechnung**

<b>19</b>	<b>Folgen — 183</b>
<b>20</b>	<b>Reihen — 191</b>
20.1	Zur Dezimaldarstellung von Zahlen — 194
<b>21</b>	<b>Stetige Funktionen — 197</b>
<b>22</b>	<b>Funktionenfolgen und Funktionenreihen — 200</b>

**Teil VII: Differentialrechnung**

<b>23</b>	<b>Der Differentialquotient — 207</b>
23.1	Ableitungen einfacher Funktionen — 208
23.2	Ableitungsregeln — 210
<b>24</b>	<b>Die Exponentialfunktion — 214</b>
24.1	Der natürliche Logarithmus — 217
24.2	Grenzwerte — 218
24.3	Irrationalität der Basis der natürlichen Logarithmen — 219

24.4	Die allgemeine Potenz — 220
24.5	Logarithmisches Differenzieren — 221
<b>25</b>	<b>Die Winkelfunktionen — 224</b>
25.1	Die Kreisbogenfunktionen — 224
25.2	Die Hyperbelfunktionen — 226
<b>26</b>	<b>Kurvendiskussion — 230</b>
26.1	Beispiel einer Kurvendiskussion — 231
<b>27</b>	<b>Approximation von Funktionen — 234</b>
27.1	Der allgemeine binomische Satz — 234
27.2	Fourier-Analyse — 236
27.3	Die Taylor-Reihe — 239
<b>28</b>	<b>Funktionen mehrerer Variablen — 245</b>
28.1	Partielle Differentiation — 245
28.2	Das totale Differential — 247
28.3	Implizite Differentiation — 247
<b>Teil VIII: Integralrechnung</b>	
<b>29</b>	<b>Das Integral — 253</b>
<b>30</b>	<b>Integrationsmethoden — 257</b>
30.1	Direkte Integration — 257
30.2	Integration mittels Substitution — 258
30.3	Partielle Integration — 259
30.4	Logarithmische Integration — 261
30.5	Partialbruchzerlegung — 262
30.6	Uneigentliche Integrale — 265
<b>31</b>	<b>Kurvenlänge und Kurvenkrümmung — 268</b>
<b>32</b>	<b>Mehrfachintegrale — 270</b>
32.1	Rotationskörper — 271
<b>33</b>	<b>Integraltransformationen — 274</b>
33.1	Beweis der Gleichungen für die Fourier-Koeffizienten — 274
33.2	Fourier-Transformation — 275
33.3	Etwas Funktionentheorie — 277

33.4	Laplace-Transformation — 279
33.5	Rechenregeln für die Laplace-Transformation — 282

## Teil IX: Vektoranalysis

<b>34</b>	<b>Differentiation von Feldern — 289</b>
34.1	Vektoralgebra — 289
34.2	Differentiation eines Vektorfeldes nach einem Skalar — 290
34.3	Räumliche Differentiation eines Feldes — 291
34.4	Mehrfache Differentiation eines Feldes — 294
34.5	Der Laplace-Operator in Polarkoordinaten — 294
<b>35</b>	<b>Integralsätze — 299</b>
35.1	Der Satz von Gauß — 299
35.2	Greensche Sätze — 302
35.3	Der Satz von Stokes — 302

## Teil X: Differentialgleichungen

<b>36</b>	<b>Gewöhnliche Differentialgleichungen — 307</b>
36.1	Homogene lineare DGL mit konstanten Koeffizienten — 307
36.2	Lineare DGL mit Störfunktion — 309
36.3	Trennung der Variablen — 309
36.4	Lösen von DGL mit der Laplace-Transformation — 310

Literatur — 313

Stichwortverzeichnis — 315