

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b> . . . . .	1
<b>1 Grundlagen</b> . . . . .	3
1.1 Aussagen . . . . .	3
1.2 Mengen . . . . .	9
1.3 Abbildungen und Verknüpfungen . . . . .	13
1.4 Die reellen Zahlen und Teilmengen . . . . .	15
1.5 Rechnen mit reellen Zahlen . . . . .	17
1.6 Aufgaben zu Kapitel 1 . . . . .	26
<b>2 Funktionen einer Variablen</b> . . . . .	27
2.1 Grundbegriffe und Eigenschaften . . . . .	27
2.2 Folgen und Grenzwerte . . . . .	37
2.3 Elementare Funktionen . . . . .	43
2.3.1 Potenz- und Wurzelfunktionen . . . . .	43
2.3.2 Polynomfunktionen . . . . .	45
2.3.3 Gebrochen rationale Funktionen . . . . .	49
2.3.4 Die e-Funktion . . . . .	53
2.3.5 Die natürliche Logarithmusfunktion . . . . .	59
2.3.6 Exponentialfunktion zur Basis $a$ . . . . .	61
2.3.7 Logarithmusfunktion zur Basis $a$ . . . . .	63
2.3.8 Trigonometrische Funktionen . . . . .	66
2.3.9 Arkusfunktionen . . . . .	75
2.3.10 Hyperbelfunktionen . . . . .	76
2.3.11 Areafunktionen . . . . .	79
2.4 Stetigkeit . . . . .	80
2.5 Aufgaben zu Kapitel 2 . . . . .	84
<b>3 Differenzialrechnung</b> . . . . .	87
3.1 Ableitung und Differenzierbarkeit . . . . .	87
3.2 Ableitungsregeln . . . . .	95
3.3 Berechnung von Grenzwerten . . . . .	100
3.4 Monotonie, lokale Extrema und Krümmung . . . . .	103
3.5 Spezielle Anwendungen . . . . .	110
3.5.1 Bestimmung von Extrema . . . . .	110
3.5.2 Numerische Lösung von Gleichungen . . . . .	112
3.5.3 Interpolation mit kubischen Splinefunktionen . . . . .	116
3.5.4 Elastizität und Fehlerfortpflanzung . . . . .	119
3.6 Aufgaben zu Kapitel 3 . . . . .	123
<b>4 Integralrechnung</b> . . . . .	127

<b>4.1</b>	<b>Das bestimmte Integral . . . . .</b>	<b>127</b>
<b>4.2</b>	<b>Stammfunktionen und unbestimmtes Integral . . . . .</b>	<b>133</b>
<b>4.3</b>	<b>Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung . . . . .</b>	<b>135</b>
<b>4.4</b>	<b>Eigenschaften des Integrals . . . . .</b>	<b>138</b>
<b>4.5</b>	<b>Integrationsmethoden . . . . .</b>	<b>140</b>
4.5.1	Logarithmische Integration . . . . .	140
4.5.2	Partielle Integration . . . . .	141
4.5.3	Integration durch Substitution . . . . .	141
4.5.4	Integration durch Partialbruchzerlegung . . . . .	146
<b>4.6</b>	<b>Uneigentliche Integrale . . . . .</b>	<b>147</b>
<b>4.7</b>	<b>Numerische Integration . . . . .</b>	<b>152</b>
<b>4.8</b>	<b>Anwendungsbeispiele . . . . .</b>	<b>153</b>
<b>4.9</b>	<b>Aufgaben zu Kapitel 4 . . . . .</b>	<b>163</b>
<b>5</b>	<b>Vektorrechnung . . . . .</b>	<b>167</b>
<b>5.1</b>	<b>Vektoren und Vektorraum . . . . .</b>	<b>167</b>
<b>5.2</b>	<b>Skalarprodukt, Betrag und Winkel . . . . .</b>	<b>176</b>
<b>5.3</b>	<b>Das Vektorprodukt und Mehrfachprodukte . . . . .</b>	<b>182</b>
<b>5.4</b>	<b>Lineare Unabhängigkeit und Basis eines Vektorraums . . . . .</b>	<b>191</b>
<b>5.5</b>	<b>Anwendung in der Geometrie . . . . .</b>	<b>195</b>
5.5.1	Punkte im Raum . . . . .	195
5.5.2	Geraden im Raum . . . . .	195
5.5.3	Ebenen im Raum . . . . .	196
5.5.4	Abstände . . . . .	196
5.5.5	Winkel . . . . .	200
<b>5.6</b>	<b>Aufgaben zu Kapitel 5 . . . . .</b>	<b>202</b>
<b>6</b>	<b>Matrizen, Determinanten und lineare Gleichungssysteme . . . . .</b>	<b>205</b>
<b>6.1</b>	<b>Matrizen . . . . .</b>	<b>206</b>
<b>6.2</b>	<b>Determinanten . . . . .</b>	<b>218</b>
<b>6.3</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme . . . . .</b>	<b>226</b>
<b>6.4</b>	<b>Inversion von Matrizen . . . . .</b>	<b>245</b>
<b>6.5</b>	<b>Eigenwerte und Eigenvektoren von Matrizen . . . . .</b>	<b>249</b>
<b>6.6</b>	<b>Aufgaben zu Kapitel 6 . . . . .</b>	<b>253</b>
<b>7</b>	<b>Reihenentwicklung von Funktionen . . . . .</b>	<b>257</b>
<b>7.1</b>	<b>Unendliche Reihen . . . . .</b>	<b>257</b>
<b>7.2</b>	<b>Potenzreihen . . . . .</b>	<b>267</b>
<b>7.3</b>	<b>Taylorreihen . . . . .</b>	<b>269</b>
<b>7.4</b>	<b>Fourierreihen . . . . .</b>	<b>280</b>
<b>7.5</b>	<b>Aufgaben zu Kapitel 7 . . . . .</b>	<b>288</b>
<b>8</b>	<b>Komplexe Zahlen . . . . .</b>	<b>291</b>

8.1	Einführung, Grundbegriffe und Rechenoperationen . . . . .	291
8.2	Exponentialform komplexer Zahlen . . . . .	297
8.3	Lösung algebraischer Gleichungen . . . . .	303
8.4	Komplexe Funktionen einer reellen Variablen . . . . .	305
8.5	Anwendung in der Elektrotechnik . . . . .	309
8.6	Aufgaben zu Kapitel 8 . . . . .	317
<b>9</b>	<b>Koordinatensysteme und Kurven . . . . .</b>	<b>319</b>
9.1	Der zweidimensionale Raum $\mathbb{R}^2$ . . . . .	319
9.1.1	Kartesische Koordinaten . . . . .	319
9.1.2	Polarkoordinaten . . . . .	320
9.1.3	Koordinaten- und geometrische Transformationen . . . . .	321
9.2	Der dreidimensionale Raum $\mathbb{R}^3$ . . . . .	324
9.2.1	Kartesische Koordinaten . . . . .	324
9.2.2	Zylinderkoordinaten . . . . .	325
9.2.3	Sphärische Polarkoordinaten . . . . .	325
9.2.4	Geometrische und Koordinatentransformationen . . . . .	326
9.3	Kurven . . . . .	330
9.3.1	Tangenten- und Normalenvektoren . . . . .	334
9.3.2	Bogenlänge . . . . .	337
9.3.3	Krümmung . . . . .	339
9.4	Aufgaben zu Kapitel 9 . . . . .	343
<b>10</b>	<b>Funktionen mehrerer Variablen . . . . .</b>	<b>345</b>
10.1	Einführung und Grundbegriffe . . . . .	345
10.2	Partielle Ableitung . . . . .	348
10.3	Differenzierbarkeit, Folgerungen und Näherungen . . . . .	352
10.4	Extrema ohne Nebenbedingungen . . . . .	363
10.5	Extrema unter Nebenbedingungen . . . . .	375
10.6	Aufgaben zu Kapitel 10 . . . . .	382
<b>11</b>	<b>Bereichs- und Kurvenintegrale . . . . .</b>	<b>387</b>
11.1	Bereichsintegrale im $\mathbb{R}^2$ . . . . .	387
11.1.1	Integration in kartesischen Koordinaten . . . . .	390
11.1.2	Integration in Polarkoordinaten . . . . .	394
11.2	Bereichsintegrale im $\mathbb{R}^3$ . . . . .	399
11.2.1	Integration in kartesischen Koordinaten . . . . .	402
11.2.2	Integration in Zylinderkoordinaten . . . . .	404
11.2.3	Integration in sphärischen Polarkoordinaten . . . . .	406
11.3	Kurvenintegrale . . . . .	408
11.4	Aufgaben zu Kapitel 11 . . . . .	415
<b>12</b>	<b>Gewöhnliche Differenzialgleichungen . . . . .</b>	<b>419</b>

12.1	Einführung . . . . .	419
12.2	Differenzialgleichungen 1. Ordnung . . . . .	422
12.2.1	Separable Differenzialgleichungen . . . . .	423
12.2.2	Lineare Differenzialgleichungen . . . . .	427
12.3	Lineare Differenzialgleichungen 2. Ordnung . . . . .	434
12.3.1	Homogene Differenzialgleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . .	435
12.3.2	Inhomogene Differenzialgleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . .	442
12.4	Lineare Differenzialgleichungen $n$ -ter Ordnung . . . . .	448
12.4.1	Homogene Differenzialgleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . .	448
12.4.2	Inhomogene Differenzialgleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . .	450
12.5	Systeme linearer Differenzialgleichungen . . . . .	453
12.5.1	Homogene Systeme . . . . .	456
12.5.2	Inhomogene Systeme . . . . .	470
12.6	Aufgaben zu Kapitel 12 . . . . .	473
13	<b>Integraltransformationen</b> . . . . .	477
13.1	Fouriertransformation . . . . .	477
13.1.1	Einführung . . . . .	477
13.1.2	Eigenschaften der Fouriertransformation . . . . .	483
13.1.3	Die Deltafunktion $\delta(t)$ . . . . .	488
13.1.4	Anwendungen . . . . .	492
13.2	Laplacetransformation . . . . .	498
13.2.1	Einführung . . . . .	498
13.2.2	Eigenschaften . . . . .	500
13.2.3	Anwendungen . . . . .	504
13.3	Aufgaben zu Kapitel 13 . . . . .	508
14	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b> . . . . .	511
14.1	Zufallsexperimente, Ereignisse und Wahrscheinlichkeit . . . . .	511
14.2	Eigenschaften und elementare Rechenregeln . . . . .	516
14.3	Hilfsmittel aus der Kombinatorik . . . . .	526
14.3.1	Permutationen . . . . .	526
14.3.2	Variationen . . . . .	528
14.3.3	Kombinationen . . . . .	529
14.3.4	Zusammenfassung . . . . .	531
14.4	Zufallsvariablen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen . . . . .	532
14.4.1	Diskrete Zufallsvariablen . . . . .	533
14.4.2	Stetige Zufallsvariablen . . . . .	536
14.4.3	Parameter einer Wahrscheinlichkeitsverteilung . . . . .	538
14.4.4	Mehrere Zufallsvariablen . . . . .	542
14.5	Spezielle diskrete Verteilungen . . . . .	548
14.5.1	Die Binomialverteilung . . . . .	548

14.5.2 Die hypergeometrische Verteilung . . . . .	550
14.5.3 Die Poisson-Verteilung . . . . .	553
14.6 Spezielle stetige Verteilungen . . . . .	554
14.6.1 Die Normalverteilung . . . . .	554
14.6.2 Die Exponentialverteilung . . . . .	561
14.6.3 Die t-Verteilung und die Chi-Quadrat-Verteilung . . . . .	563
14.7 Grenzwertsätze . . . . .	565
14.8 Aufgaben zu Kapitel 14 . . . . .	573
<b>15 Beschreibende Statistik . . . . .</b>	<b>581</b>
15.1 Einführung und Grundbegriffe . . . . .	581
15.2 Univariate beschreibende Statistik . . . . .	584
15.2.1 Häufigkeiten und grafische Darstellungen . . . . .	584
15.2.2 Maßzahlen . . . . .	594
15.3 Bivariate beschreibende Statistik . . . . .	605
15.3.1 Häufigkeiten und grafische Darstellungen . . . . .	605
15.3.2 Maßzahlen . . . . .	609
15.4 Aufgaben zu Kapitel 15 . . . . .	624
<b>16 Schließende Statistik . . . . .</b>	<b>629</b>
16.1 Einführung und Grundbegriffe . . . . .	629
16.2 Parameterschätzungen . . . . .	632
16.2.1 Punktschätzungen . . . . .	632
16.2.2 Intervallschätzungen . . . . .	638
16.3 Hypothesentests . . . . .	647
16.3.1 Parametertests . . . . .	649
16.3.2 Nichtparametrische Tests . . . . .	667
16.4 Aufgaben zu Kapitel 16 . . . . .	675
<b>A Lösung der Aufgaben . . . . .</b>	<b>687</b>
A.1 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 1 . . . . .	688
A.2 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 2 . . . . .	688
A.3 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 3 . . . . .	689
A.4 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 4 . . . . .	690
A.5 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 5 . . . . .	691
A.6 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 6 . . . . .	692
A.7 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 7 . . . . .	693
A.8 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 8 . . . . .	694
A.9 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 9 . . . . .	694
A.10 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 10 . . . . .	695
A.11 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 11 . . . . .	697
A.12 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 12 . . . . .	697
A.13 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 13 . . . . .	698

A.14 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 14 . . . . .	699
A.15 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 15 . . . . .	700
A.16 Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 16 . . . . .	702
<b>B Statistik-Tabellen . . . . .</b>	<b>705</b>
B.1 Standardnormalverteilung . . . . .	705
B.1.1 Quantile der Standardnormalverteilung . . . . .	705
B.1.2 Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung . . . . .	706
B.2 t-Verteilung . . . . .	707
B.3 Chi-Quadrat-Verteilung . . . . .	708
<b>Index . . . . .</b>	<b>711</b>