
Inhaltsverzeichnis

1	Lineare Algebra im Alltag	1
1.1	Der PageRank-Algorithmus	1
1.2	Schadensfreiheitsklassen in der Kraftfahrzeug-Versicherung	3
1.3	Produktionsplanung in einem verarbeitenden Betrieb	5
1.4	Lineare Regression	6
1.5	Schaltkreissimulation	7
2	Mathematische Grundbegriffe	9
2.1	Mengen und Aussagen	9
2.2	Abbildungen	15
2.3	Relationen	19
	Aufgaben	22
3	Algebraische Strukturen	25
3.1	Gruppen	25
3.2	Ringe und Körper	28
	Aufgaben	35
4	Matrizen	39
4.1	Grundlegende Definitionen und Operationen	39
4.2	Matrizengruppen und -ringe	46
	Aufgaben	53
5	Die Treppennormalform und der Rang von Matrizen	57
5.1	Elementarmatrizen	57
5.2	Die Treppennormalform und der Gauß'sche Algorithmus	59
5.3	Rang und Äquivalenz von Matrizen	69
	Aufgaben	74
6	Lineare Gleichungssysteme	77
	Aufgaben	82

7	Determinanten von Matrizen	85
7.1	Definition der Determinante	85
7.2	Einige Eigenschaften der Determinante	89
7.3	Minoren und die Laplace-Entwicklung	95
	Aufgaben	101
8	Das charakteristische Polynom und Eigenwerte von Matrizen	105
8.1	Das charakteristische Polynom und der Satz von Cayley-Hamilton	105
8.2	Eigenwerte und Eigenvektoren	110
8.3	Eigenvektoren stochastischer Matrizen	113
	Aufgaben	116
9	Vektorräume	119
9.1	Grundlegende Definitionen und Eigenschaften von Vektorräumen	119
9.2	Basen und Dimension von Vektorräumen	123
9.3	Koordinaten und Basisübergang	129
9.4	Beziehungen zwischen Vektorräumen und ihren Dimensionen	134
	Aufgaben	137
10	Lineare Abbildungen	141
10.1	Grundlegende Definitionen und Eigenschaften von linearen Abbildungen	141
10.2	Lineare Abbildungen und Matrizen	149
	Aufgaben	158
11	Linearformen und Bilinearformen	161
11.1	Linearformen und Dualräume	161
11.2	Bilinearformen	165
11.3	Sesquilinearformen	169
	Aufgaben	171
12	Euklidische und unitäre Vektorräume	175
12.1	Skalarprodukte und Normen	175
12.2	Orthogonalität	180
12.3	Das Vektor-Produkt im $\mathbb{R}^{3,1}$	191
	Aufgaben	193
13	Adjungierte lineare Abbildungen	197
13.1	Grundlegende Definitionen und Eigenschaften	197
13.2	Adjungierte Endomorphismen und Matrizen	204
	Aufgaben	207

14 Eigenwerte von Endomorphismen	209
14.1 Grundlegende Definitionen und Eigenschaften	209
14.2 Diagonalisierbarkeit	213
14.3 Triangulierung und der Satz von Schur	217
Aufgaben	221
15 Polynome und der Fundamentalsatz der Algebra	225
15.1 Polynome	225
15.2 Der Fundamentalsatz der Algebra	230
Aufgaben	237
16 Zyklische Unterräume, Dualität und die Jordan-Normalform	241
16.1 Zyklische f -invariante Unterräume und Dualität	241
16.2 Die Jordan-Normalform	248
16.3 Berechnung der Jordan-Normalform	258
Aufgaben	263
17 Matrix-Funktionen und Differenzialgleichungssysteme	267
17.1 Matrix-Funktionen und die Matrix-Exponentialfunktion	267
17.2 Systeme linearer gewöhnlicher Differenzialgleichungen	276
Aufgaben	284
18 Spezielle Klassen von Endomorphismen	287
18.1 Normale Endomorphismen	287
18.2 Unitäre und orthogonale Endomorphismen	293
18.3 Selbstdadjungierte Endomorphismen	298
Aufgaben	308
19 Die Singulärwertzerlegung	313
Aufgaben	320
20 Das Kroneckerprodukt und lineare Matrixgleichungen	323
Aufgaben	331
Anhang	333
Literatur	337
Sachverzeichnis	339