

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| <i>Einführung</i> | 17 |
| Über dieses Buch | 17 |
| Konventionen in diesem Buch | 18 |
| Was Sie nicht lesen müssen | 18 |
| Törichte Annahmen über den Leser | 18 |
| Wie dieses Buch aufgebaut ist | 19 |
| Teil I: Grundlagen der grundlegenden Mathematik | 19 |
| Teil II: Ganze Zahlen | 19 |
| Teil III: Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente | 20 |
| Teil IV: Visualisieren und Messen – Graphen, Maße, Statistik und Mengen | 20 |
| Teil V: Akte X: Einführung in die Algebra | 21 |
| Teil VI: Der Top-Ten-Teil | 21 |
| Symbole, die in diesem Buch verwendet werden | 21 |
| Wie es weitergeht | 22 |

Teil I

Grundlagen der grundlegenden Mathematik

23

| | |
|---|-----------|
| <i>Kapitel 1</i> | |
| <i>Das Spiel mit den Zahlen</i> | 25 |
| Die Erfindung der Zahlen | 25 |
| Zahlenfolgen verstehen | 25 |
| Ungerade gerade machen | 26 |
| Quadratzahlen verstehen | 26 |
| Zusammengesetzte Zahlen – ganz einfach | 27 |
| Die Primzahlen verweigern sich dem Rechteck! | 28 |
| Mit Potenzen schnell multiplizieren | 28 |
| Der Zahlenstrahl | 29 |
| Auf dem Zahlenstrahl addieren und subtrahieren | 30 |
| Das Nichts verstehen lernen: 0 | 30 |
| Und nun in die andere Richtung: Negative Zahlen | 31 |
| Die Möglichkeiten vervielfachen sich – Multiplikation | 32 |
| Die Zwischenstellen: Brüche | 33 |
| Vier wichtige Zahlenmengen | 33 |
| Zählen mit den natürlichen Zahlen | 34 |
| Einführung der ganzen Zahlen | 34 |
| Wir bleiben rational | 35 |
| Werden wir reell | 35 |

| | |
|--|-----------|
| Kapitel 2 | |
| Zahlen und Ziffern – an den Fingern abgezählt | 37 |
| Den Stellenwert kennen | 34 |
| Bis zehn zählen – und darüber hinaus | 34 |
| Platzhalter von führenden Nullen unterscheiden | 34 |
| Lange Zahlen lesen | 35 |
| Runden und Schätzen | 36 |
| Zahlen runden | 37 |
| Werte schätzen, um Aufgaben einfacher zu lösen | 39 |
| Kapitel 3 | |
| Die großen Vier: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division | 43 |
| Zusammenzählen: Addition | 43 |
| Reihenweise: Größere Zahlen in Spalten addieren | 43 |
| Übertrag: Zweistellige Lösungen | 44 |
| Abziehen: Subtraktion | 45 |
| Spaltenweise: Große Zahlen subtrahieren | 46 |
| Zehnerübertrag: Mit »Borgen« subtrahieren | 46 |
| Multiplikation | 49 |
| Multiplikationssymbole | 50 |
| Zwei Stellen: Größere Zahlen multiplizieren | 51 |
| Division im Handumdrehen | 52 |
| Schriftliche Division im Nu erledigt | 52 |
| Was übrig bleibt: Division mit Rest | 54 |
| Teil II | |
| Ganze Zahlen | 55 |
| Kapitel 4 | |
| Die vier großen Operationen in der Praxis | 57 |
| Eigenschaften der vier großen Operationen | 57 |
| Inverse Operationen | 57 |
| Kommutative Operationen | 58 |
| Assoziative Operationen | 59 |
| Distribution – zur Lastverringern | 59 |
| Die vier großen Operationen für negative Zahlen | 60 |
| Addition und Subtraktion mit negativen Zahlen | 60 |
| Multiplikation und Division mit negativen Zahlen | 62 |
| Einheiten und Größen | 63 |
| Ungleichheiten verstehen | 63 |
| Ungleich (\neq) | 63 |
| Kleiner ($<$) und größer ($>$) | 63 |
| Ungefähr gleich (\approx) | 64 |

| | |
|---|----|
| Über die großen Vier hinaus: Potenzen, Quadratwurzeln und Beträge | 64 |
| Potenzen verstehen | 64 |
| Zurück zu den Wurzeln | 65 |
| Den Betrag einer Zahl bestimmen | 66 |

Kapitel 5

Eine Frage der Werte: Berechnung arithmetischer Ausdrücke **67**

| | |
|--|----|
| Drei wichtige Konzepte der Mathematik: Gleichungen, Terme und deren Berechnung | 67 |
| Gleichheit für alle: Gleichungen | 67 |
| He, es ist nur ein Term! | 68 |
| Berechnung der Situation | 69 |
| Die Operatorreihenfolge | 69 |
| Anwendung der Operatorreihenfolge auf Terme mit den vier großen Operationen | 70 |
| Anwendung der Operatorreihenfolge in Termen mit Potenzen | 72 |
| Anwendung der Operatorreihenfolge in Termen mit Klammern | 73 |

Kapitel 6

Zugetextet? Text in Zahlen umwandeln **77**

| | |
|--|----|
| Zwei Gerüchte über Textaufgaben zerstreuen | 77 |
| Textaufgaben sind nicht immer schwierig | 77 |
| Textaufgaben sind nützlich | 77 |
| Grundlegende Textaufgaben lösen | 78 |
| Textaufgaben in Wortgleichungen umwandeln | 78 |
| Zahlen für Wörter einsetzen | 80 |
| Komplexere Textaufgaben lösen | 81 |
| Wenn es ernst wird mit den Zahlen | 82 |

Kapitel 7

Teilbarkeit **85**

| | |
|--|----|
| Die Tricks der Teilbarkeit | 85 |
| Zahlen, durch die geteilt werden kann | 85 |
| Das dicke Ende: Die hinteren Ziffern ansehen | 85 |
| Jeder macht mit: Teilbarkeit durch Addition der Ziffern prüfen | 86 |
| Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen erkennen | 88 |

Kapitel 8

Fabelhafte Faktoren und viel zitierte Vielfache **91**

| | |
|--|----|
| Sechs Methoden, dasselbe zu sagen | 91 |
| Faktoren und Vielfache in Beziehung setzen | 92 |
| Fabelhafte Faktoren | 92 |
| Erkennen, ob eine Zahl ein Faktor einer anderen Zahl ist | 92 |

| | |
|---|----|
| Die Faktoren einer Zahl ermitteln | 93 |
| Primfaktoren | 94 |
| Den größten gemeinsamen Teiler finden | 97 |
| Viel zitierte Vielfache | 98 |
| Vielfache erzeugen | 98 |
| Das kleinste gemeinsame Vielfache bestimmen | 99 |

Teil III

Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente **101**

Kapitel 9

Das Spiel mit den Brüchen **103**

| | |
|---|-----|
| Eine Torte in Bruchteile schneiden | 103 |
| Entscheidende Informationen über Brüche | 105 |
| Den Zähler vom Nenner unterscheiden | 105 |
| Reziproke – der Umkehr halber | 105 |
| Die Verwendung von Nullen und Einsen | 105 |
| Gut gemischt | 106 |
| Echtes und Unechtes unterscheiden | 106 |
| Brüche erweitern und kürzen | 107 |
| Brüche erweitern | 107 |
| Brüche kürzen | 108 |
| Zwischen unechten Brüchen und gemischter Schreibweise umwandeln | 110 |
| Die Bestandteile der gemischten Schreibweise | 110 |
| Die gemischte Schreibweise in einen unechten Bruch umwandeln | 110 |
| Einen unechten Bruch in die gemischte Schreibweise umwandeln | 111 |
| Die Kreuzmultiplikation verstehen | 111 |

Kapitel 10

Es geht weiter: Brüche und die vier großen Operationen **113**

| | |
|---|-----|
| Brüche multiplizieren und dividieren | 113 |
| Zähler und Nenner einfach multiplizieren | 113 |
| Mit einer Drehung Brüche dividieren | 114 |
| Zusammengezählt: Brüche addieren | 115 |
| Die Summe von Brüchen mit gleichen Nennern ermitteln | 115 |
| Brüche mit unterschiedlichen Nennern addieren | 116 |
| Weg damit: Brüche subtrahieren | 119 |
| Brüche mit gleichen Nennern subtrahieren | 119 |
| Brüche mit unterschiedlichen Nennern subtrahieren | 120 |
| Mit der gemischten Schreibweise arbeiten | 121 |
| Zahlen in gemischter Schreibweise multiplizieren und dividieren | 121 |
| Zahlen in gemischter Schreibweise addieren und subtrahieren | 122 |

Kapitel 11**Dezimalzahlen 125**

| | |
|---|-----|
| Grundlegende Informationen über Dezimalzahlen | 125 |
| Der Stellenwert von Dezimalzahlen | 125 |
| Die dezimalen Tatsachen des Lebens | 126 |
| Die großen vier Operationen für Dezimalzahlen | 129 |
| Dezimalzahlen addieren | 129 |
| Dezimalzahlen subtrahieren | 130 |
| Dezimalzahlen multiplizieren | 130 |
| Dezimalzahlen dividieren | 131 |
| Zwischen Dezimalzahlen und Brüchen umwandeln | 134 |
| Einfache Umwandlungen | 134 |
| Dezimalzahlen in Brüche umwandeln | 135 |
| Brüche in Dezimalzahlen umwandeln | 135 |

Kapitel 12**Prozentsätze 139**

| | |
|---|-----|
| Prozentsätze verstehen | 139 |
| Der Umgang mit Prozentsätzen größer 100 Prozent | 139 |
| Prozentsätze, Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln | 140 |
| Von Prozentsätzen zu Dezimalzahlen | 140 |
| Von Dezimalzahlen zu Prozentsätzen | 140 |
| Von Prozentsätzen zu Brüchen | 141 |
| Von Brüchen zu Prozentsätzen | 141 |
| Prozentaufgaben lösen | 142 |
| Ein paar einfache Prozentaufgaben lösen | 142 |
| Aufgabenstellungen umkehren | 143 |
| Schwierigere Prozentaufgaben lösen | 143 |
| Alle Prozentaufgaben kombinieren | 144 |
| Die drei Arten von Prozentaufgaben identifizieren | 144 |
| Der Prozentkreis | 145 |

Kapitel 13**Textaufgaben mit Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentsätzen 149**

| | |
|---|-----|
| Teile des Ganzen in Textaufgaben addieren und subtrahieren | 149 |
| Eine Pizza teilen: Brüche | 149 |
| Geteilte Stimmen: Prozentsätze | 150 |
| Aufgaben zum Multiplizieren von Brüchen | 151 |
| Kuchenreste | 151 |
| Dezimalzahlen und Prozentsätze in Textaufgaben multiplizieren | 152 |
| Wie viel Geld ist übrig? | 153 |
| Den Grundwert bestimmen | 154 |

| | |
|---|-----|
| Prozentuale Steigerungen und Abnahmen in Textaufgaben | 155 |
| Gehaltserhöhungen berechnen | 156 |
| Schnäppchenjagd: Rabatte berechnen | 157 |

Teil IV

Visualisieren und Messen – Graphen, Maße, Statistik und Mengen **159**

Kapitel 14

Die perfekte Zehn: Zahlen in wissenschaftlicher Notation **161**

| | |
|--|-----|
| Das Wichtigste zuerst: Zehnerpotenzen | 161 |
| Nullen zählen und Exponenten schreiben | 161 |
| Zum Multiplizieren Exponenten addieren | 163 |
| Mit der wissenschaftlichen Notation arbeiten | 163 |
| In wissenschaftlicher Notation schreiben | 163 |
| Multiplizieren mit der wissenschaftlichen Notation | 165 |

Kapitel 15

Maße und Gewichte **167**

| | |
|----------------------|-----|
| Das metrische System | 167 |
|----------------------|-----|

Kapitel 16

Ein Bild sagt mehr als tausend Worte: Grundlegende Geometrie **171**

| | |
|---|-----|
| Alles auf der Ebene: Punkte, Linien, Winkel und Figuren | 171 |
| Punkte machen | 172 |
| Auf der Linie | 172 |
| Winkel | 173 |
| Figuren | 174 |
| Kreise | 174 |
| Polygone | 174 |
| Die nächste Dimension: Festkörpergeometrie | 176 |
| Die vielen Gesichter der Polyeder | 177 |
| 3D-Körper mit Kurven | 177 |
| Figuren messen: Umfang, Fläche, Oberfläche und Volumen | 179 |
| 2D: In der Ebene messen | 179 |
| Weiter in den Raum: In drei Dimensionen messen | 186 |

Kapitel 17

Sehen ist glauben: Graphen als visuelles Werkzeug **189**

| | |
|-----------------------------------|-----|
| Die zwei wichtigsten Graphenstile | 189 |
| Balkendiagramm | 189 |
| Tortendiagramm | 190 |

| | |
|--|-----|
| Kartesische Koordinaten | 191 |
| Punkte in ein kartesisches Koordinatensystem eintragen | 192 |
| Geraden in einem kartesischen Koordinatensystem zeichnen | 193 |
| Aufgaben mithilfe von kartesischen Koordinaten lösen | 194 |

Kapitel 18

Textaufgaben mit Geometrie und Maßen lösen 195

| | |
|---|-----|
| Der Kettentrick: Maßaufgaben mithilfe von Umrechnungsketten lösen | 195 |
| Eine kurze Kette einrichten | 195 |
| Textaufgaben aus der Geometrie lösen | 197 |
| Mit Wörtern und Bildern arbeiten | 197 |
| Ein wenig Zeichentalent ist gefragt | 198 |

Kapitel 19

Chancen ausrechnen: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung 201

| | |
|---|-----|
| Mathematisch Daten sammeln: Grundlegende Statistik | 201 |
| Der Unterschied zwischen qualitativen und quantitativen Daten | 202 |
| Die Arbeit mit qualitativen Daten | 202 |
| Die Arbeit mit quantitativen Daten | 204 |
| Wahrscheinlichkeiten: | |
| Grundlegende Wahrscheinlichkeitsrechnung | 205 |
| Wahrscheinlichkeit berechnen | 206 |
| Wahrscheinlichkeiten! Ergebnisse bei mehreren Münzen und Würfeln zählen | 207 |

Teil V

X-Akte: Einführung in die Algebra 211

Kapitel 20

Mr. X kennenlernen: Algebra und algebraische Ausdrücke 213

| | |
|---|-----|
| x als Platzhalter | 213 |
| Algebraische Ausdrücke | 214 |
| Algebraische Ausdrücke berechnen | 214 |
| Algebraische Terme | 216 |
| Kommutativ: Terme neu anordnen | 216 |
| Den Koeffizienten und die Variable identifizieren | 217 |
| Ähnliche Terme identifizieren | 218 |
| Algebraische Terme und die vier großen Operationen | 218 |
| Algebraische Ausdrücke vereinfachen | 222 |
| Ähnliche Terme kombinieren | 222 |
| Klammern aus einem algebraischen Ausdruck entfernen | 223 |

Kapitel 21

Mr. X enttarnen: Algebraische Gleichungen **227**

| | |
|--|-----|
| Algebraische Gleichungen verstehen | 227 |
| x in Gleichungen verwenden | 227 |
| Vier Methoden, algebraische Gleichungen zu lösen | 228 |
| Die Suche nach dem Gleichgewicht: Nach x auflösen | 229 |
| Das Gleichgewicht halten | 230 |
| Mithilfe der Waagschale x isolieren | 230 |
| Gleichungen neu anordnen und x isolieren | 232 |
| Terme auf einer Seite einer Gleichung neu anordnen | 232 |
| Terme auf die andere Seite des Gleichheitszeichens verschieben | 232 |
| Klammern aus Gleichungen entfernen | 233 |
| Kreuzmultiplikation | 234 |

Kapitel 22

Mr. X im Einsatz: Textaufgaben in der Algebra **237**

| | |
|--|-----|
| Algebra-Textaufgaben in fünf Schritten lösen | 237 |
| Eine Variable deklarieren | 238 |
| Die Gleichung aufstellen | 239 |
| Die Gleichung lösen | 239 |
| Die Frage beantworten | 240 |
| Die Lösung überprüfen | 240 |
| Kompliziertere Algebra-Aufgaben lösen | 240 |
| Tabellen für vier Personen | 241 |

Teil VI

Der Top-Ten-Teil **243**

Kapitel 23

Zehn wichtige Zahlenmengen, die Sie kennen sollten **245**

| | |
|---|-----|
| Reine Natur: Die natürlichen Zahlen | 245 |
| Ganze Zahlen identifizieren | 246 |
| Rational über rationale Zahlen sprechen | 246 |
| Irrationale Zahlen verstehen | 247 |
| Algebraische Zahlen | 247 |
| Durchblick bei den transzendentalen Zahlen | 248 |
| Auf dem Boden der reellen Zahlen | 248 |
| Imaginäre Zahlen veranschaulichen | 248 |
| Die Komplexität komplexer Zahlen verstehen | 249 |
| Mit den transfiniten Zahlen über »unendlich« hinaus | 250 |

Stichwortverzeichnis **253**