

Inhaltsverzeichnis

Einführung

Über dieses Buch	17
Konventionen in diesem Buch	18
Was Sie nicht lesen müssen	18
Törichte Annahmen über den Leser	18
Wie dieses Buch aufgebaut ist	19
Teil I: Grundlagen der grundlegenden Mathematik	19
Teil II: Ganze Zahlen	19
Teil III: Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente	20
Teil IV: Visualisieren und Messen – Graphen, Maße, Statistik und Mengen	20
Teil V: Akte X: Einführung in die Algebra	21
Teil VI: Der Top-Ten-Teil	21
Symbolle, die in diesem Buch verwendet werden	21
Wie es weitergeht	22

Teil I

Grundlagen der grundlegenden Mathematik

23

Kapitel 1

Das Spiel mit den Zahlen

25

Die Erfindung der Zahlen	25
Zahlenfolgen verstehen	25
Ungerade gerade machen	26
Quadratzahlen verstehen	26
Zusammengesetzte Zahlen – ganz einfach	27
Die Primzahlen verweigern sich dem Rechteck!	28
Mit Potenzen schnell multiplizieren	28
Der Zahlenstrahl	29
Auf dem Zahlenstrahl addieren und subtrahieren	30
Das Nichts verstehen lernen: 0	30
Und nun in die andere Richtung: Negative Zahlen	31
Die Möglichkeiten vervielfachen sich – Multiplikation	32
Die Zwischenstellen: Brüche	33
Vier wichtige Zahlenmengen	33
Zählen mit den natürlichen Zahlen	34
Einführung der ganzen Zahlen	34
Wir bleiben rational	35
Werden wir reell	35

Kapitel 2

Zahlen und Ziffern – an den Fingern abgezählt

37

Den Stellenwert kennen	34
Bis zehn zählen – und darüber hinaus	34
Platzhalter von führenden Nullen unterscheiden	34
Lange Zahlen lesen	35
Runden und Schätzen	36
Zahlen runden	37
Werte schätzen, um Aufgaben einfacher zu lösen	39

Kapitel 3

Die großen Vier: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division

43

Zusammenzählen: Addition	43
Reihenweise: Größere Zahlen in Spalten addieren	43
Übertrag: Zweistellige Lösungen	44
Abziehen: Subtraktion	45
Spaltenweise: Große Zahlen subtrahieren	46
Zehnerübertrag: Mit »Borgen« subtrahieren	46
Multiplikation	49
Multiplikationssymbole	50
Zwei Stellen: Größere Zahlen multiplizieren	51
Division im Handumdrehen	52
Schriftliche Division im Nu erledigt	52
Was übrig bleibt: Division mit Rest	54

Teil II

Ganze Zahlen

55

Kapitel 4

Die vier großen Operationen in der Praxis

57

Eigenschaften der vier großen Operationen	57
Invers Operationen	57
Kommutative Operationen	58
Assoziative Operationen	59
Distribution – zur Lastverringerung	59
Die vier großen Operationen für negative Zahlen	60
Addition und Subtraktion mit negativen Zahlen	60
Multiplikation und Division mit negativen Zahlen	62
Einheiten und Größen	63
Ungleichheiten verstehen	63
Ungleich (\neq)	63
Kleiner ($<$) und größer ($>$)	63
Ungefähr gleich (\approx)	64

Über die großen Vier hinaus: Potenzen, Quadratwurzeln und Beträge	64
Potenzen verstehen	64
Zurück zu den Wurzeln	65
Den Betrag einer Zahl bestimmen	66
Kapitel 5	
Eine Frage der Werte: Berechnung arithmetischer Ausdrücke	67
Drei wichtige Konzepte der Mathematik: Gleichungen,	
Terme und deren Berechnung	67
Gleichheit für alle: Gleichungen	67
He, es ist nur ein Term!	68
Berechnung der Situation	69
Die Operatorreihenfolge	69
Anwendung der Operatorreihenfolge auf Terme	
mit den vier großen Operationen	70
Anwendung der Operatorreihenfolge in Termen mit Potenzen	72
Anwendung der Operatorreihenfolge in Termen mit Klammern	73
Kapitel 6	
Zugetextet? Text in Zahlen umwandeln	77
Zwei Gerüchte über Textaufgaben zerstreuen	77
Textaufgaben sind nicht immer schwierig	77
Textaufgaben sind nützlich	77
Grundlegende Textaufgaben lösen	78
Textaufgaben in Wortgleichungen umwandeln	78
Zahlen für Wörter einsetzen	80
Komplexere Textaufgaben lösen	81
Wenn es ernst wird mit den Zahlen	82
Kapitel 7	
Teilbarkeit	85
Die Tricks der Teilbarkeit	85
Zahlen, durch die geteilt werden kann	85
Das dicke Ende: Die hinteren Ziffern ansehen	85
Jeder macht mit: Teilbarkeit durch Addition der Ziffern prüfen	86
Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen erkennen	88
Kapitel 8	
Fabelhafte Faktoren und viel zitierte Vielfache	91
Sechs Methoden, dasselbe zu sagen	91
Faktoren und Vielfache in Beziehung setzen	92
Fabelhafte Faktoren	92
Erkennen, ob eine Zahl ein Faktor einer anderen Zahl ist	92

Die Faktoren einer Zahl ermitteln	93
Primfaktoren	94
Den größten gemeinsamen Teiler finden	97
Viel zitierte Vielfache	98
Vielfache erzeugen	98
Das kleinste gemeinsame Vielfache bestimmen	99

Teil III

Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente

101

Kapitel 9

Das Spiel mit den Brüchen

103

Eine Torte in Bruchteile schneiden	103
Entscheidende Informationen über Brüche	105
Den Zähler vom Nenner unterscheiden	105
Reziproke – der Umkehr halber	105
Die Verwendung von Nullen und Einsen	105
Gut gemischt	106
Echtes und Unechtes unterscheiden	106
Brüche erweitern und kürzen	107
Brüche erweitern	107
Brüche kürzen	108
Zwischen unechten Brüchen und gemischter Schreibweise umwandeln	110
Die Bestandteile der gemischten Schreibweise	110
Die gemischte Schreibweise in einen unechten Bruch umwandeln	110
Einen unechten Bruch in die gemischte Schreibweise umwandeln	111
Die Kreuzmultiplikation verstehen	111

Kapitel 10

Es geht weiter: Brüche und die vier großen Operationen

113

Brüche multiplizieren und dividieren	113
Zähler und Nenner einfach multiplizieren	113
Mit einer Drehung Brüche dividieren	114
Zusammengezählt: Brüche addieren	115
Die Summe von Brüchen mit gleichen Nennern ermitteln	115
Brüche mit unterschiedlichen Nennern addieren	116
Weg damit: Brüche subtrahieren	119
Brüche mit gleichen Nennern subtrahieren	119
Brüche mit unterschiedlichen Nennern subtrahieren	120
Mit der gemischten Schreibweise arbeiten	121
Zahlen in gemischter Schreibweise multiplizieren und dividieren	121
Zahlen in gemischter Schreibweise addieren und subtrahieren	122

Kapitel 11**Dezimalzahlen****125**

Grundlegende Informationen über Dezimalzahlen	125
Der Stellenwert von Dezimalzahlen	125
Die dezimalen Tatsachen des Lebens	126
Die großen vier Operationen für Dezimalzahlen	129
Dezimalzahlen addieren	129
Dezimalzahlen subtrahieren	130
Dezimalzahlen multiplizieren	130
Dezimalzahlen dividieren	131
Zwischen Dezimalzahlen und Brüchen umwandeln	134
Einfache Umwandlungen	134
Dezimalzahlen in Brüche umwandeln	135
Brüche in Dezimalzahlen umwandeln	135

Kapitel 12**Prozentsätze****139**

Prozentsätze verstehen	139
Der Umgang mit Prozentsätzen größer 100 Prozent	139
Prozentsätze, Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln	140
Von Prozentsätzen zu Dezimalzahlen	140
Von Dezimalzahlen zu Prozentsätzen	140
Von Prozentsätzen zu Brüchen	141
Von Brüchen zu Prozentsätzen	141
Prozentaufgaben lösen	142
Ein paar einfache Prozentaufgaben lösen	142
Aufgabenstellungen umkehren	143
Schwierigere Prozentaufgaben lösen	143
Alle Prozentaufgaben kombinieren	144
Die drei Arten von Prozentaufgaben identifizieren	144
Der Prozentkreis	145

Kapitel 13**Textaufgaben mit Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentsätzen****149**

Teile des Ganzen in Textaufgaben addieren und subtrahieren	149
Eine Pizza teilen: Brüche	149
Geteilte Stimmen: Prozentsätze	150
Aufgaben zum Multiplizieren von Brüchen	151
Kuchenreste	151
Dezimalzahlen und Prozentsätze in Textaufgaben multiplizieren	152
Wie viel Geld ist übrig?	153
Den Grundwert bestimmen	154

Prozentuale Steigerungen und Abnahmen in Textaufgaben	155
Gehaltserhöhungen berechnen	156
Schnäppchenjagd: Rabatte berechnen	157

Teil IV

Visualisieren und Messen – Graphen, Maße, Statistik und Mengen

159

Kapitel 14

Die perfekte Zehn: Zahlen in wissenschaftlicher Notation

161

Das Wichtigste zuerst: Zehnerpotenzen	161
Nullen zählen und Exponenten schreiben	161
Zum Multiplizieren Exponenten addieren	163
Mit der wissenschaftlichen Notation arbeiten	163
In wissenschaftlicher Notation schreiben	163
Multiplizieren mit der wissenschaftlichen Notation	165

Kapitel 15

Maße und Gewichte

167

Das metrische System	167
----------------------	-----

Kapitel 16

Ein Bild sagt mehr als tausend Worte: Grundlegende Geometrie

171

Alles auf der Ebene: Punkte, Linien, Winkel und Figuren	171
Punkte machen	172
Auf der Linie	172
Winkel	173
Figuren	174
Kreise	174
Polygone	174
Die nächste Dimension: Festkörpergeometrie	176
Die vielen Gesichter der Polyeder	177
3D-Körper mit Kurven	177
Figuren messen: Umfang, Fläche, Oberfläche und Volumen	179
2D: In der Ebene messen	179
Weiter in den Raum: In drei Dimensionen messen	186

Kapitel 17

Sehen ist glauben: Graphen als visuelles Werkzeug

189

Die zwei wichtigsten Graphenstile	189
Balkendiagramm	189
Tortendiagramm	190

Kartesische Koordinaten	191
Punkte in ein kartesisches Koordinatensystem eintragen	192
Geraden in einem kartesischen Koordinatensystem zeichnen	193
Aufgaben mithilfe von kartesischen Koordinaten lösen	194
Kapitel 18	
Textaufgaben mit Geometrie und Maßen lösen	195
Der Kettentrick: Maßaufgaben mithilfe von	195
Umrechnungsketten lösen	195
Eine kurze Kette einrichten	195
Textaufgaben aus der Geometrie lösen	197
Mit Wörtern und Bildern arbeiten	197
Ein wenig Zeichentalent ist gefragt	198
Kapitel 19	
Chancen ausrechnen: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	201
Mathematisch Daten sammeln: Grundlegende Statistik	201
Der Unterschied zwischen qualitativen und quantitativen Daten	202
Die Arbeit mit qualitativen Daten	202
Die Arbeit mit quantitativen Daten	204
Wahrscheinlichkeiten:	
Grundlegende Wahrscheinlichkeitsrechnung	205
Wahrscheinlichkeit berechnen	206
Wahrscheinlichkeiten! Ergebnisse bei mehreren Münzen und Würfeln zählen	207
Teil V	
X-Akte: Einführung in die Algebra	211
Kapitel 20	
Mr. X kennenlernen: Algebra und algebraische Ausdrücke	213
x als Platzhalter	213
Algebraische Ausdrücke	214
Algebraische Ausdrücke berechnen	214
Algebraische Terme	216
Kommutativ: Terme neu anordnen	216
Den Koeffizienten und die Variable identifizieren	217
Ähnliche Terme identifizieren	218
Algebraische Terme und die vier großen Operationen	218
Algebraische Ausdrücke vereinfachen	222
Ähnliche Terme kombinieren	222
Klammern aus einem algebraischen Ausdruck entfernen	223

Kapitel 21**Mr. X enttarnen: Algebraische Gleichungen****227**

Algebraische Gleichungen verstehen	227
x in Gleichungen verwenden	227
Vier Methoden, algebraische Gleichungen zu lösen	228
Die Suche nach dem Gleichgewicht: Nach x auflösen	229
Das Gleichgewicht halten	230
Mithilfe der Waagschale x isolieren	230
Gleichungen neu anordnen und x isolieren	232
Terme auf einer Seite einer Gleichung neu anordnen	232
Terme auf die andere Seite des Gleichheitszeichens verschieben	232
Klammern aus Gleichungen entfernen	233
Kreuzmultiplikation	234

Kapitel 22**Mr. X im Einsatz: Textaufgaben in der Algebra****237**

Algebra-Textaufgaben in fünf Schritten lösen	237
Eine Variable deklarieren	238
Die Gleichung aufstellen	239
Die Gleichung lösen	239
Die Frage beantworten	240
Die Lösung überprüfen	240
Kompliziertere Algebra-Aufgaben lösen	240
Tabellen für vier Personen	241

Teil VI**Der Top-Ten-Teil****243****Kapitel 23****Zehn wichtige Zahlenmengen, die Sie kennen sollten****245**

Reine Natur: Die natürlichen Zahlen	245
Ganze Zahlen identifizieren	246
Rational über rationale Zahlen sprechen	246
Irrationale Zahlen verstehen	247
Algebraische Zahlen	247
Durchblick bei den transzendenten Zahlen	248
Auf dem Boden der reellen Zahlen	248
Imaginäre Zahlen veranschaulichen	248
Die Komplexität komplexer Zahlen verstehen	249
Mit den transfiniten Zahlen über »unendlich« hinaus	250

Stichwortverzeichnis**253**