
Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundlagen: Zahlen, Mengen, Abbildungen

1	Auftakt: $\sqrt{2}$	3
1.1	Übungen	6
2	Reelle, rationale und ganze Zahlen	7
2.1	Die reellen Zahlen	7
2.2	Die natürlichen Zahlen	18
2.3	Das Prinzip der vollständigen Induktion	20
2.4	Die ganzen und die rationalen Zahlen	25
2.5	Übungen	27
3	Logik, Mengen, Abbildungen	29
3.1	Logik und Beweise	29
3.2	Grundbegriffe der Mengenlehre	34
3.3	Abbildungen	37
3.4	Abzählbare Mengen	42
3.5	Warum Beweise?	48
3.6	Übungen	49
4	Kombinatorik	53
4.1	Fundamentale Abzählprinzipien	53
4.2	Fakultät, Binomialkoeffizienten und binomischer Lehrsatz	55
4.3	Übungen	60
5	Die Vollständigkeit der reellen Zahlen	63
5.1	Das Supremumsaxiom	63
5.2	Potenzen mit rationalen Exponenten	68
5.3	Das Extremalprinzip	72
5.4	Anmerkungen zum Axiomensystem der reellen Zahlen	73
5.5	Übungen	76

6	Komplexe Zahlen	79
6.1	Pragmatischer Standpunkt	79
6.2	Geometrischer Standpunkt	80
6.3	Übungen	84

Teil II Folgen und Reihen: Konvergenz

7	Konvergenz von Folgen	89
7.1	Folgen in der Mathematik	90
7.2	Definition der Konvergenz	91
7.3	Konvergenz, algebraische Operationen und Anordnung	95
7.4	Der Grenzwert „unendlich“	98
7.5	Beispiele und Strategien zur Grenzwertberechnung	102
7.6	Konvergenz und Vollständigkeit	108
7.7	Übungen	116
8	Reihen	121
8.1	Definition und Beispiele	121
8.2	Konvergenzkriterien für Reihen	126
8.3	Umordnung von Reihen	134
8.4	Doppelreihen, Cauchy-Produkt	136
8.5	Übungen	139

Teil III Funktionen

9	Potenzreihen	147
9.1	Konvergenz von Potenzreihen	147
9.2	Erzeugende Funktionen*	151
9.3	Übungen	155
10	Exponentialfunktion, Logarithmus und allgemeine Potenz	159
10.1	Eigenschaften der Exponentialfunktion	160
10.2	Logarithmus und allgemeine Potenz	162
10.3	Weiteres zur Eulerschen Zahl e	168
10.4	Übungen	174
11	Stetigkeit	177
11.1	Grenzwerte von Funktionen	177
11.2	Definition und elementare Eigenschaften der Stetigkeit	184
11.3	Die Hauptsätze über stetige Funktionen	193
11.4	Gleichmäßige Stetigkeit*	203

11.5	Funktionenfolgen; gleichmäßige Konvergenz	206
11.6	Übungen	212
12	Differentialrechnung	215
12.1	Definition und Bedeutung der Ableitung	215
12.2	Berechnung der Ableitung	222
12.3	Ableitung und Funktionseigenschaften	232
12.4	Ableitung und Grenzwertberechnung	238
12.5	Zweite Ableitung und Konvexität	241
12.6	Taylorapproximation und Taylorreihen	244
12.7	Übungen	255
13	Komplexe Zahlen: Folgen und Reihen, Funktionen	259
13.1	Folgen und Reihen komplexer Zahlen	259
13.2	Komplexe Potenzreihen	261
13.3	Funktionen im Komplexen	262
13.4	Polardarstellung; Geometrie der komplexen Zahlen	268
13.5	Übungen	272
14	Die trigonometrischen Funktionen	275
14.1	Sinus und Kosinus	275
14.2	Weitere trigonometrische Funktionen	281
14.3	Übungen	286
15	Integration	289
15.1	Das Integral für Treppenfunktionen	290
15.2	Das Integral für Regelfunktionen	293
15.3	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	300
15.4	Berechnung von Integralen: Partielle Integration, Substitution und Potenzreihen	306
15.5	Uneigentliche Integrale	316
15.6	Übungen	324
	Lösungen und Hinweise	327
	Sachverzeichnis	347