

Inhalt

Vorwort	8
1 Phantasie und Folter	II
1.1 Goethe, Logik, Gruppentheorie	II
1.2 Torberg, Enzensberger, ganz kurz Hilbert	18
2 Platons Pleite und Blüte	29
Athen, 363 v. Chr., im Hain des Akadēmos	29
2.1 Die Entdeckung der Abstraktion, Teil I: Unkörperliches, besonders für Könige und Kanzler	32
2.2 Platon: Geometrie und das Irrationale	36
2.3 Aristoteles: Irrationalität und Widerspruchsbeweise	41
2.4 Klassische Logik und konstruktive Beweise, und nochmals: Enzensberger	45
2.5 Platon: Die Bilanz, und Thomas Mann spricht auch dazu . .	49
2.6 Platon: Mathe-Fundierung und Mathe-Mystik	54
2.7 Aristoteles: Logik und Axiomatisierung	56
2.8 Euklid und andere: Der <i>ordo geometricus</i>	59
3 Kants Schuss: daneben, und Frege's Rudern: zurück	65
3.1 Kant und die reinen Formen der Anschauung	65
3.2 Das Logizismus-Projekt	70
3.3 Die Gleichung » $3 + 2 = 5$ « à la Leibniz, Dedekind und Frege	74
3.4 Die Gleichung » $3 + 2 = 5$ «, mengentheoretische Fortsetzung	80
3.5 Vollständige Induktion	85
Jena, um 1910	89
3.6 Frege, von Neumann und die Anzahlen	93
3.7 Frege: Verbohrter Außenseiter, bedeutend als Erfinder der Prädikatenlogik?	99
3.8 Russellsche Antinomie	104

4 Axiome und Konstruktionen	113
4.1 Peano-Prinzipien	113
4.2 Mengen-Axiomatik	116
4.3 Glaubenssachen?	119
4.4 Das Unendliche, zum ersten: Exzess und Sophisma	129
4.5 Das Unendliche, zum zweiten: Paradies	131
4.6 Die eingeholte Schildkröte	135
4.7 Mehr Zahlbereiche: zuerst \mathbb{Z}	138
4.8 Komplikationen mit Äquivalenzklassen und ein erfolgreicher Test	140
4.9 Exkurs: Kommutative Addition und Segen vollständiger Induktion	143
4.10 Nachlese zu \mathbb{Z} und der maßgeblichen Äquivalenzrelation . .	146
4.11 Reelle Zahlen, ganz kurz, und ein Sprung ins Komplexe . .	149
4.12 Zahlen wie Atome, und nochmals Induktion	155
4.13 Zahlen wie Moleküle	165
4.14 Gödel und die »formale« Mathematik	169
4.15 Gödelisierung	176
5 Die Theorie-Maschine kommt in Gang	181
Potsdam – Berlin, Spätsommer 1755	181
5.1 Die Entdeckung der Abstraktion, Teil 2: Äquivalenzklassen- Objekte, besonders für Zahlenfreunde	185
5.2 Restklassen	187
5.3 Gruppen von primen Restklassen	192
<i>Bildteil</i>	193
5.4 Was als Gruppen-Tortur begann	228
5.5 Ränge und Erzeugungen aus dem Einen	233
6 Maschine läuft: Algebraische Zahlentheorie	243
6.1 Das Quadratsummen-Problem: Zufall und Regularität . . .	243
6.2 Vorspiel: Eine Lösungsidee	248
6.3 Teilbarkeitstheorie für ganze komplexe Zahlen	252
6.4 Zwischenspiel: Algebraik und Transzendenz, Vektorräume und Zorn	263
6.5 Nicht völlig losgelöst: Verbindungen zwischen alten und neuen Primzahlen	271
6.6 Kein Spiel: Im Ernst, zuletzt liegt es an der Trägheit . . .	281

7 Nachspiel: Mathe über Mathe	287
Niedersachsen – New Jersey	287
7.1 Willst du Sicherheit?	301
7.2 Willst du Vollständigkeit?	304
7.3 Nichts mit Vollständigkeit	313
7.4 Sicherheit durch Rechtfertigung durch Zerstörung?	318
7.5 Orte der Unendlichkeit	323
8 Fakultäten, Animositäten	335
Fakultätsrat: Sitzungszimmer, Wintersemester 2012/13	335
8.1 Was Mathe nicht ist	344
8.2 Schnell abgemacht: Mathe und Naturwissenschaft	349
8.3 Mathe und Rechnen	353
8.4 Wie Mathe-Leute ticken	357
8.5 Komplexität und der richtige Umgang damit	363
8.6 Mephisto: Die Elite und der Schuh	367
8.7 Glücksrad: Das Auf und Ab von Fächern und anderen Gegebenheiten	370
8.8 Spinoza geht nicht?	375
8.9 Wissenschaft und Pseudo-Wissenschaft	380
8.10 Exkurs, erster Teil: Auf der Suche nach dem kürzesten Beweis	386
8.11 Exkurs, zweiter Teil: Die Evolution der Involution	392
8.12 Fortsetzung: Wissenschaft und Pseudo-Wissenschaft	400
8.13 Aussichten: Mathe mit GW-Zügen	403
Quellen und Dank	407
Verzeichnis der Definitionen und Sätze	411
Verzeichnis der Abbildungen	412
Bildnachweise	413
Personen und Sachen	415