

# Inhalt

Vorwort . . . . .	8
<b>1 Phantasie und Folter</b>	<b>11</b>
1.1 Goethe, Logik, Gruppentheorie . . . . .	11
1.2 Torberg, Enzensberger, ganz kurz Hilbert . . . . .	18
<b>2 Platons Pleite und Blüte</b>	<b>29</b>
Athen, 363 v. Chr., im Hain des Akadēmos . . . . .	29
2.1 Die Entdeckung der Abstraktion, Teil 1: Unkörperliches, besonders für Könige und Kanzler . . . . .	32
2.2 Platon: Geometrie und das Irrationale . . . . .	36
2.3 Aristoteles: Irrationalität und Widerspruchsbeweise . . . . .	41
2.4 Klassische Logik und konstruktive Beweise, und nochmals: Enzensberger . . . . .	45
2.5 Platon: Die Bilanz, und Thomas Mann spricht auch dazu . . . . .	49
2.6 Platon: Mathe-Fundierung und Mathe-Mystik . . . . .	54
2.7 Aristoteles: Logik und Axiomatisierung . . . . .	56
2.8 Euklid und andere: Der <i>ordo geometricus</i> . . . . .	59
<b>3 Kants Schuss: daneben, und Freges Rudern: zurück</b>	<b>65</b>
3.1 Kant und die reinen Formen der Anschauung . . . . .	65
3.2 Das Logizismus-Projekt . . . . .	70
3.3 Die Gleichung » $3 + 2 = 5$ « à la Leibniz, Dedekind und Frege	74
3.4 Die Gleichung » $3 + 2 = 5$ «, mengentheoretische Fortsetzung . . . . .	80
3.5 Vollständige Induktion . . . . .	85
Jena, um 1910 . . . . .	89
3.6 Frege, von Neumann und die Anzahlen . . . . .	93
3.7 Frege: Verbohrter Außenseiter, bedeutend als Erfinder der Prädikatenlogik? . . . . .	99
3.8 Russellsche Antinomie . . . . .	104

<b>4</b>	<b>Axiome und Konstruktionen</b>	<b>II3</b>
4.1	Peano-Prinzipien . . . . .	II3
4.2	Mengen-Axiomatik . . . . .	II6
4.3	Glaubenssachen? . . . . .	II9
4.4	Das Unendliche, zum ersten: Exzess und Sophisma . . . . .	129
4.5	Das Unendliche, zum zweiten: Paradies . . . . .	131
4.6	Die eingeholte Schildkröte . . . . .	135
4.7	Mehr Zahlbereiche: zuerst $\mathbb{Z}$ . . . . .	138
4.8	Komplikationen mit Äquivalenzklassen und ein erfolgreicher Test . . . . .	140
4.9	Exkurs: Kommutative Addition und Segen vollständiger Induktion . . . . .	143
4.10	Nachlese zu $\mathbb{Z}$ und der maßgeblichen Äquivalenzrelation . . . . .	146
4.11	Reelle Zahlen, ganz kurz, und ein Sprung ins Komplexe . . . . .	149
4.12	Zahlen wie Atome, und nochmals Induktion . . . . .	155
4.13	Zahlen wie Moleküle . . . . .	165
4.14	Gödel und die »formale« Mathematik . . . . .	169
4.15	Gödelisierung . . . . .	176
<b>5</b>	<b>Die Theorie-Maschine kommt in Gang</b>	<b>181</b>
	Potsdam – Berlin, Spätsommer 1755 . . . . .	181
5.1	Die Entdeckung der Abstraktion, Teil 2: Äquivalenzklassen- Objekte, besonders für Zahlenfreunde . . . . .	185
5.2	Restklassen . . . . .	187
5.3	Gruppen von primen Restklassen . . . . .	192
	<i>Bildteil</i> . . . . .	193
5.4	Was als Gruppen-Tortur begann . . . . .	228
5.5	Ränge und Erzeugungen aus dem Einen . . . . .	233
<b>6</b>	<b>Maschine läuft: Algebraische Zahlentheorie</b>	<b>243</b>
6.1	Das Quadratsummen-Problem: Zufall und Regularität . . . . .	243
6.2	Vorspiel: Eine Lösungsidee . . . . .	248
6.3	Teilbarkeitstheorie für ganze komplexe Zahlen . . . . .	252
6.4	Zwischenspiel: Algebraik und Transzendenz, Vektorräume und Zorn . . . . .	263
6.5	Nicht völlig losgelöst: Verbindungen zwischen alten und neuen Primzahlen . . . . .	271
6.6	Kein Spiel: Im Ernst, zuletzt liegt es an der Trägheit . . . . .	281

<b>7</b>	<b>Nachspiel: Mathe über Mathe</b>	<b>287</b>
	Niedersachsen – New Jersey . . . . .	287
7.1	Willst du Sicherheit? . . . . .	301
7.2	Willst du Vollständigkeit? . . . . .	304
7.3	Nichts mit Vollständigkeit . . . . .	313
7.4	Sicherheit durch Rechtfertigung durch Zerstörung? . . . . .	318
7.5	Orte der Unendlichkeit . . . . .	323
<b>8</b>	<b>Fakultäten, Animositäten</b>	<b>335</b>
	Fakultätsrat: Sitzungszimmer, Wintersemester 2012/13 . . . . .	335
8.1	Was Mathe nicht ist . . . . .	344
8.2	Schnell abgemacht: Mathe und Naturwissenschaft . . . . .	349
8.3	Mathe und Rechnen . . . . .	353
8.4	Wie Mathe-Leute ticken . . . . .	357
8.5	Komplexität und der richtige Umgang damit . . . . .	363
8.6	Mephisto: Die Elite und der Schuh . . . . .	367
8.7	Glücksrad: Das Auf und Ab von Fächern und anderen Gegebenheiten . . . . .	370
8.8	Spinoza geht nicht? . . . . .	375
8.9	Wissenschaft und Pseudo-Wissenschaft . . . . .	380
8.10	Exkurs, erster Teil: Auf der Suche nach dem kürzesten Beweis . . . . .	386
8.11	Exkurs, zweiter Teil: Die Evolution der Involution . . . . .	392
8.12	Fortsetzung: Wissenschaft und Pseudo-Wissenschaft . . . . .	400
8.13	Aussichten: Mathe mit GW-Zügen . . . . .	403
	Quellen und Dank . . . . .	407
	Verzeichnis der Definitionen und Sätze . . . . .	411
	Verzeichnis der Abbildungen . . . . .	412
	Bildnachweise . . . . .	413
	Personen und Sachen . . . . .	415