

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	VII
1 Gebrauchsanleitung	1
1.1 Zum Aufwärmen: Was ist Zahlentheorie?	2
2 Grundlagen	15
2.1 Elementare Logik und Mengenlehre	15
2.2 Die natürlichen Zahlen und das Induktionsprinzip	31
2.3 Die ganzen und die rationalen Zahlen	44
Weitere Aufgaben zum zweiten Kapitel	57
3 Elementare Teilbarkeitslehre	63
3.1 Der euklidische Algorithmus	63
3.2 Lineare diophantische Gleichungen	72
3.3 Das Briefmarkenproblem	80
3.4 Primzahlen – die multiplikativen Bausteine	84
3.5 Algebraische Strukturen	96
Weitere Aufgaben zum dritten Kapitel	111
4 Modulare Arithmetik	117
4.1 Rechnen mit Restklassen	118
4.2 Der ‚kleine‘ Fermat und Primzahltests	127
4.3 Der chinesische Restsatz	134
4.4 Kryptographie mit RSA	140
Weitere Aufgaben zum vierten Kapitel	146
5 Das Kontinuum	151
5.1 Konvergente und divergente Folgen	151
5.2 Unendliche Reihen und Dezimalbrüche	162
5.3 Die Irrationalität von π	171
5.4 Färbungen der natürlichen Zahlen	174
5.5 Die reellen Zahlen und Intervallschachtelung	178

5.6	abzählbar vs. überabzählbar	184
	Weitere Aufgaben zum fünften Kapitel	191
6	Diophantische Approximation	195
6.1	Die Farey-Folge und Ford-Kreise	195
6.2	Der Approximationssatz von Hurwitz	201
6.3	Kettenbruchkalkül	204
6.4	Das Gesetz der besten Approximation	214
6.5	Periodische Kettenbrüche	222
6.6	Inkommensurabilität in der Geometrie	226
	Weitere Aufgaben zum sechsten Kapitel	228
7	Diophantische Gleichungen	233
7.1	Die Pellsche Gleichung	233
7.2	Pythagoräische Tripel	246
7.3	Fermats letzter Satz	255
	Weitere Aufgaben zum siebten Kapitel	261
8	Eine imaginäre Welt	267
8.1	Die komplexen Zahlen	267
8.2	Summen von Quadraten	280
8.3	Konstruktionen mit Zirkel und Lineal	286
8.4	Origami	299
	Weitere Aufgaben zum letzten Kapitel	305
9	Lösungshinweise zu den *-Übungsaufgaben	311
9.1	Logeleien	311
9.2	Das MU-Rätsel	315
9.3	Die Kaprekar-Konstante	318
9.4	Pascals Dreieck und der binomische Lehrsatz	320
9.5	Gierige Stammbrüche	324
9.6	Wie lange läuft der euklidische Algorithmus?	327
9.7	Unteilbar und selten: Primzahlen	330
9.8	Kalenderarithmetik	333
9.9	Eine diophantische Kryptoattacke	335
9.10	CD-Player und Codierung	338
9.11	Primitivwurzeln	341
9.12	Die Kochsche Insel	344
9.13	Die Kunst der Hochstapelei	348
9.14	Kannibalische Käfer	352

9.15	Das Unendliche	355
9.16	Newton-Näherung und Kettenbrüche	359
9.17	Kopulierende Kaninchen	362
9.18	Ganzzahlige Punkte auf Hyperbeln	365
9.19	Rechte Winkel und Quadrate en masse	367
9.20	Zahlkörper	373
9.21	Wie GPS-Navigation funktioniert	377
9.22	Die <i>abc</i> -Vermutung	380
10	Ende: Nach dem Spiel ist vor dem Spiel...	385
	Literatur	389
	Sachverzeichnis	391