

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Die Systeme der reellen und komplexen Zahlen</b>	<b>1</b>
1.1	Axiomatische Einführung der reellen Zahlen	2
1.2	Natürliche Zahlen und vollständige Induktion	16
1.3	Die ganzen und rationalen Zahlen	25
1.4	Der Körper der komplexen Zahlen	29
1.5	Die Standardvektorräume $\mathbb{R}^n$ und $\mathbb{C}^n$	46
1.6	Einige wichtige Ungleichungen	51
<b>2</b>	<b>Folgen reeller und komplexer Zahlen</b>	<b>57</b>
2.1	Definitionen, Beispiele, grundlegende Feststellungen	57
2.2	Einige wichtige Grenzwerte	65
2.3	Permanenzeigenschaften (Rechenregeln) für konvergente Folgen	68
2.4	Prinzipien der Konvergenztheorie	72
<b>3</b>	<b>(Unendliche) Reihen</b>	<b>83</b>
3.1	Definitionen und erste Beispiele	83
3.2	Konvergenzkriterien für reelle Reihen	90
3.3	Reihen mit beliebigen Gliedern, absolute Konvergenz	96
3.4	Umordnung von Reihen, Reihenprodukte	102
3.5	Elementares über Potenzreihen	107
3.6	Der Große Umordnungssatz	112
<b>4</b>	<b>Stetigkeit, Grenzwerte von Funktionen</b>	<b>117</b>
4.1	Grundbegriffe	118
4.2	Stetigkeit	128
4.3	Grenzwerte bei Funktionen	140
<b>5</b>	<b>Funktionenfolgen, Funktionenreihen, Potenzreihen</b>	<b>147</b>
5.1	Punktweise und gleichmäßige Konvergenz	148
5.2	Potenzreihen	156

<b>6</b>	<b>Elementare (transzendente) Funktionen</b>	163
6.1	Die komplexe Exponentialfunktion	163
6.2	Die trigonometrischen Funktionen und die Hyperbelfunktionen	170
6.3	Natürlicher Logarithmus und allgemeine Potenzen	177
6.4	Die Umkehrfunktionen der trigonometrischen und hyperbolischen Funktionen	180
<b>7</b>	<b>Grundlagen der Integral- und Differenzialrechnung</b>	185
7.1	Das Integral für Treppenfunktionen und Regelfunktionen	185
7.2	Grundlagen der Differenzialrechnung	197
7.3	Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung	212
7.4	Integrationstechniken	221
<b>8</b>	<b>Anwendungen der Differenzial- und Integralrechnung</b>	229
8.1	Taylor'sche Formel und Taylorreihen	229
8.2	Fixpunktiteration und Newton-Verfahren	238
8.3	Interpolation und einfache Quadraturformeln	250
8.4	Uneigentliche Integrale, $\Gamma$ -Funktion	255
8.5	Bernoulli'sche Polynome und -Zahlen, Euler'sche Summenformel	269
8.6	Fourierreihen (Einführung in die Theorie)	281
8.7	Differenzierbare Kurven und ihre Geometrie	297
<b>9</b>	<b>Metrische Räume und ihre Topologie</b>	305
9.1	Grundbegriffe	305
9.2	Konvergenz, Cauchy-Folgen, Vollständigkeit	318
9.3	Stetigkeit, gleichmäßige Konvergenz, stetige Fortsetzbarkeit, Grenzwerte	329
9.4	Kompaktheit, stetige Funktionen auf kompakten Räumen	341
9.5	Wege, Zusammenhangsbegriffe	350
9.6	Der Satz von Stone-Weierstraß	355
<b>10</b>	<b>Differenzialrechnung in mehreren Variablen</b>	359
10.1	Partielle Ableitungen	360
10.2	Höhere partielle Ableitungen, Satz von Schwarz	364
10.3	(Totale) Differenzierbarkeit, Kettenregel	366
10.4	Differenzierbarkeit in $\mathbb{C}$ , Cauchy-Riemann'sche Differenzialgleichungen	376
10.5	Lokale Extremwerte, Taylor'sche Formel	379
10.6	Der lokale Umkehrsatz	385
10.7	Der Satz über implizite Funktionen	390
10.8	Untermannigfaltigkeiten im $\mathbb{R}^n$	393
10.9	Extrema unter Nebenbedingungen, Lagrange'sche Multiplikatoren	401

<b>11</b>	<b>Integralrechnung in mehreren Variablen</b>	405
11.1	Parameterabhängige und $n$ -fache Integrale	406
11.2	Das Integral für stetige Funktionen mit kompaktem Träger	413
11.3	Fortsetzung des Integrals auf halbstetige Funktionen	416
11.4	Berechnung von Volumina einiger kompakter Mengen	426
11.5	Die Lebesgue-integrierbaren Funktionen	430
11.6	Die Grenzwertsätze von Beppo Levi und Lebesgue	434
11.7	Nullmengen und fast überall geltende Eigenschaften	439
11.8	Der Banachraum $L^1$ und der Hilbertraum $L^2$	447
11.9	Parameterabhängige Integrale, Fouriertransformierte	450
11.10	Die Transformationsformel für Lebesgue-integrierbare Funktionen	457
11.11	Integration über Untermannigfaltigkeiten im $\mathbb{R}^n$	460
<b>12</b>	<b>Vektorfelder, Kurvenintegrale, Integralsätze</b>	469
12.1	Vektorfelder, Kurvenintegrale, Pfaff'sche Formen	469
12.2	Die Integralsätze von Gauß und Stokes	480
<b>Literatur</b>		501
<b>Symbolverzeichnis</b>		503
<b>Sachverzeichnis</b>		507