

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
Einleitung	1
I Newton'sche Mechanik	5
1 Raum, Zeit und Bewegungsgleichungen	7
1.1 Die Struktur von Raum und Zeit	8
1.2 Inertialsysteme, absolute Zeit, Galilei-Transformationen	11
1.3 Bewegungsgleichungen eines Systems von Massenpunkten	14
1.4 Erhaltungssätze für abgeschlossene Systeme	21
1.5 Das Relativitätsprinzip der Newton'schen Mechanik	27
1.6 Struktur der Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit in der Newton'schen Mechanik	28
1.7 Reflexionen	30
Aufgaben	33
2 Untersuchung der Bewegungsgleichungen	35
2.1 Allgemeines über Differentialgleichungen	35
2.2 Autonome kanonische Systeme mit einem Freiheitsgrad	46
2.3 Das Zweikörperproblem mit Zentralkräften	52
2.4 Beschleunigte Bezugssysteme	62
2.5 Das Foucault'sche Pendel	69
Aufgaben	71
II Lagrange-Mechanik	75
3 Lagrange'sche Bewegungsgleichungen und Hamilton'sches Variationsprinzip	77
3.1 Die Lagrange'schen Bewegungsgleichungen 2. Art	77
3.2 Kovarianz der Euler'schen Ableitung	81
3.3 Das Hamilton'sche Variationsprinzip	83
3.4 Symmetrien und Erhaltungssätze	84
Aufgaben	88
4 Systeme mit Zwangsbedingungen	93
4.1 Holome und nichtholome Zwangsbedingungen	93
4.2 Das d'Alembert'sche Prinzip	96
4.3 Die Lagrange'schen Gleichungen 1. Art	97

4.4	Verallgemeinerte Koordinaten, Lagrange'sche Gleichungen 2. Art	100
	Aufgaben	105
III	Die Hamilton'sche Formulierung der Mechanik	107
5	Phasenraum, kanonische Gleichungen und symplektische Transformationen	109
5.1	Legendre-Transformation	110
5.2	Kanonische Gleichungen	114
5.3	Symplektische Transformationen, Satz von Liouville	118
	5.3.1 Formulierung mit Differentialformen	123
5.4	Ergodentheorie [eine Einführung]	129
	Aufgaben	137
6	Kleine Schwingungen	139
6.1	Linearisierung, Ljapunov-Stabilität	139
	6.1.1 Linearisierung um Gleichgewichtslagen	139
	6.1.2 Ljapunov-Stabilität	140
	6.1.3 Lineare Hamilton'sche Systeme	142
	6.1.4 Prinzip der linearisierten Stabilität	143
	6.1.5 Ljapunov-Funktionen	144
	6.1.6 Fluss-Äquivalenz, Linearisierungssatz von Hartman	146
	6.1.7 Linearisierungen von Lagrange'schen Systemen .	147
6.2	Kleine Oszillationen	148
	6.2.1 Stabilitätsanalyse der Saturnringe nach J.C. Maxwell	150
6.3	Parametrische Resonanz	156
6.4	Gleichgewichtslagen im restriktierten 3-Körperproblem .	159
6.5	Das Sitnikov-Problem	165
6.6	Beweis der Sätze 6.3 und 6.4	166
	Aufgaben	169
7	Erzeugung kanonischer Transformationen	171
7.1	Poisson-Klammern	171
7.2	Charakterisierungen von kanonischen Transformationen	176
7.3	Rektifizierung kanonischer Systeme	181
7.4	Erzeugende Funktionen von kanonischen Transformationen	183

7.4.1	Kanonische Transformationen 1. Art	186
7.4.2	Kanonische Transformationen 2. Art	187
Aufgaben		188
8	Symmetrien und Erhaltungssätze	191
8.1	Integrale der Bewegung	191
8.2	Galilei-Invarianz und die zehn klassischen Erhaltungssätze	193
8.2.1	Translationsinvarianz und Impulserhaltung	193
8.2.2	Rotationsinvarianz und Drehimpulserhaltung ..	193
8.2.3	Zeitliche Translationsinvarianz und Energieer- haltung	194
8.2.4	Galilei-Invarianz und Schwerpunktsatz	194
8.3	Lie'sche Gruppen von kanonischen Transformationen ..	197
8.3.1	Einfaches Beispiel einer projektiven Realisierung	200
8.3.2	Geliftete Konfigurationsraum-Gruppenwirkungen	201
8.4	Kanonische Formulierung von klassischen Spinsystemen	203
8.5	Projektive Realisierungen der Galilei-Gruppe	206
Aufgaben		210
9	Hamilton-Jacobi-Theorie	211
9.1	Die Hamilton-Jacobi-Gleichung	211
9.2	Die verkürzte Hamilton-Jacobi-Gleichung	214
9.3	Lösung der Hamilton-Jacobi-Gleichung durch Separa- tion der Variablen	217
9.4	Zeitabhängige Störungstheorie	220
9.5	Wirkungsintegral und Hamilton-Jacobi-Gleichung	221
Aufgaben		222
10	Integrable Systeme, kanonische Störungstheorie ..	225
10.1	Integrable Systeme	225
10.2	Winkel- und Wirkungsvariable	228
10.3	Störungstheorie	231
10.3.1	Zeitabhängige Störungstheorie (Variation der Konstanten)	232
10.4	Adiabatische Invarianten, Mittelungsmethode	239
10.4.1	Mittelungsmethode	240
10.4.2	Adiabatische Änderungen	242
10.5	Qualitatives Verhalten in der Nähe von integrablen Systemen	244

10.5.1	Vorgeschichte	245
10.5.2	Bemerkungen zur KAM-Theorie	246
10.6	Ist das Planetensystem stabil?	250
10.7	Winkel- und Wirkungsvariable für mehrfach periodische Systeme	251
10.8	Störungstheorie für entartete Systeme	255
10.8.1	Die kanonischen Delaunay'schen Bahnelemente .	256
10.9	Satellit im Quadrupolfeld der Erde	262
10.9.1	Das Störpotential	262
10.9.2	Säkulare Störung	264
10.9.3	Säkulare Änderungen der Delaunay-Elemente ..	265
10.10	Kozai-Lidov-Oszillationen	266
10.10.1	Störpotential	266
10.10.2	Störung als Funktion der Delaunay-Elemente ..	267
10.10.3	Säkulare Bewegungsgleichungen	270
10.10.4	Diskussion der Lösungen	272
10.11	Spin-Bahn-Resonanz	273
10.11.1	Säkulare Bewegungsgleichung	274
10.11.2	Diskussion am Beispiel von Merkur	276
10.12	Äquivalenz der Störungsgleichungen von Lagrange und Delaunay	277
	Aufgaben	281
11	Der starre Körper	283
11.1	Kinematik des starren Körpers	283
11.2	Die Euler'schen Gleichungen für den starren Körper	287
11.3	Der kräftefreie Kreisel	288
11.4	Die Euler'schen Winkel	294
11.5	Kanonische Formulierung und gruppentheoretische Interpretation	297
11.6	Der schwere Kreisel mit Fixpunkt	302
11.7	Winkel- und Wirkungsvariablen für den schweren symmetrischen Kreisel	307
	Aufgaben	309
IV	Relativistische Mechanik	311
12	Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie	313
12.1	Die Einstein'schen Postulate	313

12.2	Invarianz der Lichtgeschwindigkeit und Lorentztransformationen	314
12.3	Mathematisches zur Lorentzgruppe	320
12.3.1	Diskussion von L_+^\dagger	321
12.4	Die Minkowski-Raumzeit	325
12.4.1	Kausalitätsverhältnisse in der Minkowski-Raumzeit	326
12.4.2	Kausalität und die Lorentzgruppe	327
12.5	Einstein-Synchronisierung und die Relativität der Gleichzeitigkeit	328
12.6	Einfache Folgerungen der speziellen Relativitätstheorie .	331
12.6.1	Die Lorentz-Kontraktion	331
12.6.2	Die Zeittilatation	332
12.6.3	Das Additionstheorem der Geschwindigkeiten ..	335
12.7	Tensoralgebra und Tensoranalysis über der Minkowski-Raumzeit	336
12.7.1	Tensoralgebra	336
12.7.2	Tensoranalysis	338
12.8	Relativistische Bewegungsgleichungen	339
12.8.1	Variationsprinzip für die Bewegungsgleichungen	341
12.8.2	Hamilton'sche Formulierung	342
12.8.3	Bewegung im Coulombfeld	344
12.8.4	Bewegung eines geladenen Teilchens in einer linear polarisierten, ebenen, monochromatischen elektromagnetischen Welle	345
12.9	Über Kovarianz und Invarianz	347
	Aufgaben	349
V	Mathematische Anhänge	353
A	Begriffe und Sätze aus der Analysis	355
A.1	Differentialrechnung im \mathbb{R}^n	355
A.2	Differentialformen	357
B	Lineare Lie'sche Gruppen	363
B.1	Die volle lineare Gruppe $GL(n, \mathbb{K})$	363
B.2	Differenzierbare Mannigfaltigkeiten im \mathbb{R}^n	364
B.3	Tangentialraum, Tangentialabbildung	367
B.4	Vektorfelder auf Mannigfaltigkeiten	368

B.5	Lineare Lie'sche Gruppen	369
B.6	Die Lie-Algebra einer linearen Lie'schen Gruppe	370
B.7	Die Exponential-Darstellung	372
B.8	Homomorphismen von Lie-Gruppen und Lie-Algebren ..	373
B.9	Lie'sche Transformationsgruppen	378
C	Berechnung der Wirkungsintegrale des Kepler-Problems	385
D	Lösungen der Aufgaben	387
D.1	Lösungen zu Kapitel 1	387
D.2	Lösungen zu Kapitel 2	390
D.3	Lösungen zu Kapitel 3	395
D.4	Lösungen zu Kapitel 4	400
D.5	Lösungen zu Kapitel 5	402
D.6	Lösungen zu Kapitel 6	404
D.7	Lösungen zu Kapitel 7	406
D.8	Lösungen zu Kapitel 8	409
D.9	Lösungen zu Kapitel 9	410
D.10	Lösungen zu Kapitel 10	414
D.11	Lösungen zu Kapitel 11	416
D.12	Lösungen zu Kapitel 12	419
	Literaturverzeichnis	421
	Index	425