
Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Statistik – das ist ein weites Feld	7
2.1	Was das Wort „Statistik“ so alles bedeutet	7
2.2	Von prähistorischen Strichlisten und Lotosblumen	8
2.3	Auch die Bibel berichtet von statistischen Erhebungen	8
2.4	Die offizielle Statistik beschreibt auch noch heute die Welt	10
2.5	Die Stochastik misst auch abstrakte Größen, wie Risiken, Trends oder Korrelationen	10
2.6	Das Gesetz der großen Zahl	11
2.7	Stochastik oder die „Kunst des Erratens“	12
2.8	Von der Stichprobe zur Häufigkeitsverteilung	12
2.9	Messwerte, Fehlerrechnung und Glockenkurve	13
2.10	Die empirische Bestimmung von Konstanten	15
	Literatur	16
3	Was und wie die „beschreibende Statistik“ beschreibt	17
3.1	Was sich so alles erfassen lässt	17
3.2	Einige der übliche Formen, Daten darzustellen	18
3.3	Es gibt geeignete und ungeeignete Kennzahlen	19
	Literatur	23
4	Stochastik oder die „Kunst des Ratens“	25
4.1	Seit dem 19. Jahrhundert beschreibt die Wissenschaft Massenerscheinungen durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen	25
4.2	Auf die Methode der kleinsten Quadrate folgte das Maximum-Likelihood-Prinzip	26
4.3	Was bedeutet das für unser Sonnenöl-Beispiel?	27
4.4	Was bedeutet das für die Körpermessungen?	27
4.5	In Deutschland wurde die Stochastik zunächst kaum bekannt	28
4.6	Noch einmal zurück zum Grundgedanken der Stochastik	29
4.7	Das Anwendungsgebiet der Stochastik ist sehr vielgestaltig	29

4.8	Der Nachweis, dass etwas nicht existiert	30
4.9	Die Schätzung abstrakter Größen	31
	Literatur	32
5	Die Quellen unseres Wissens sind Beobachtung und Theorie	33
5.1	Der hohe Entwicklungsstand und die große Komplexität der heutigen Wissenschaft	33
5.2	Wissen wir denn wirklich, was wir zu wissen glauben?	34
5.3	Theorien und Beobachtungen formten das Verständnis der Welt	35
5.4	Empirisches Wissen allein erfasst nur einen Aspekt eines komplexeren Problems	37
5.5	Theorien brauchen die Reproduzierbarkeit ihrer Voraussagen	38
5.6	Beschreibende Modelle	38
5.7	Poppers Wolken und Uhren	39
5.8	Meistens muss man schon etwas wissen um etwas anderes erkennen zu können	39
	Literatur	41
6	Der Zufall	43
6.1	Was verstehen wir unter dem Begriff „Zufall“?	43
6.2	Eine Realisierung einer zufälligen Größe ist nicht mehr zufällig	44
6.3	Die relative Häufigkeit aller Realisierungen einer zufälligen Größe ist der Ausgangspunkt und die wichtigste Information jeder statistischen Auswertung	45
6.4	Viele verspüren ein Unbehagen angesichts zufälliger Ereignisse	45
6.5	Der Zufall in Erkenntnistheorie und Physik	46
6.6	Das deterministische Chaos und Fraktale	48
6.7	Der Zufall braucht ein Maß, es ist die Wahrscheinlichkeit	48
	Literatur	49
7	Was ist „Wahrscheinlichkeit“?	51
7.1	Wie man sich eine Wahrscheinlichkeit vorstellen kann	51
7.2	Unwahrscheinlich oder unmöglich, sehr wahrscheinlich oder sicher	52
7.3	Es gibt den Zufall für diskrete und für kontinuierliche Größen	53
7.4	Die Wurzeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung	53
7.5	Der Laplace'sche Wahrscheinlichkeitsbegriff	54
7.6	Das Urnenmodell mit und ohne Zurücklegen	55
7.7	Zufällige Größen auf kontinuierlichen Skalen	56
7.8	Die von Mises'sche Definition der Wahrscheinlichkeit	57
7.9	Die Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit und die subjektive Wahrscheinlichkeit	57
7.10	Die Wahrscheinlichkeit im Alltag	58
	Literatur	58

8 Die Wahrscheinlichkeiten von zusammengesetzten zufälligen Ereignissen ...	59
8.1 Verknüpfungen von zufälligen Ereignissen, die einander ausschließen	59
8.2 Verknüpfungen von zufälligen Ereignissen, die voneinander abhängig sind	60
8.3 Beispiel für bedingten Wahrscheinlichkeiten	61
8.4 Die Paradoxa des Chevalier de Meré und des Besuchers von Galileo Galilei	61
8.5 Das Pascal'sche Dreieck	63
8.6 Die Entstehung einer Binomialverteilung	64
Literatur	66
9 Wahrscheinlichkeitsmodelle	67
9.1 Wahrscheinlichkeitsverteilung und Verteilungstyp	67
9.2 Black-Box-Modelle	68
9.3 Zweidimensionale Black-Box-Modelle	69
9.4 Die Modelle müssen dem Ziel des Experiments angepasst sein	71
9.5 Die Modelle sollten Bekanntes in ihrer Form berücksichtigen	71
9.6 Das Ziel der aktuellen Forschung ist vielfach die Entwicklung von Modellen	72
Literatur	74
10 Einige Wahrscheinlichkeitsverteilungen	75
10.1 Die Gleichverteilung	75
10.2 Die Binomialverteilung	76
10.3 Die Poisson-Verteilung	77
10.4 Die Polynomialverteilung	79
10.5 Ein Beispiel für die Modelle Poisson-Verteilung und Exponentialverteilung	79
11 Die Normalverteilung	83
11.1 Die Charakteristika einer Normalverteilung	83
11.2 Die Normalverteilung ist eine Grenzverteilung	84
11.3 Vorsicht bei Anwendung der „Normalverteilung“! Sie gilt nicht universell, nur häufig	85
11.4 Zweidimensionale Normalverteilungen	87
Literatur	90
12 Was nun die Daten betrifft	91
12.1 Prüfung der Zufälligkeit und Unabhängigkeit	91
12.2 Am wichtigsten ist das Ziel der Untersuchung	92
12.3 Die Erhebung der Daten	92
12.4 Welche zufällige Größe soll untersucht werden?	94

12.5	Ist das Modell fraglich, sollte man die Daten so erheben, als gälte das nächst kompliziertere Modell	94
12.6	Die Daten können nur das aussagen, was das angewendete Modell zulässt	95
12.7	Grundgesamtheit und Stichprobe	97
12.8	Strukturierte Gesamtheiten	98
12.9	Es gibt auch subjektive Einflüsse	98
12.10	Die Genauigkeit	99
	Literatur	100
13	Der Schluss vom Wahrscheinlichkeitsmodell auf die Daten	101
13.1	Die Perspektive der Wahrscheinlichkeitsrechnung	101
13.2	Ein Würfelversuch	102
13.3	Der Zufallsstrebereich	103
14	Der Schluss von den Daten auf das Wahrscheinlichkeitsmodell	107
14.1	Statistische Auswertungen sind Häufigkeitsanalysen	107
14.2	Die Schätzung von Parametern	107
14.3	Unser Würfelversuch	108
14.4	Ein weiteres Beispiel	110
14.5	Statistische Tests	111
14.6	Das Entscheidungsproblem	112
14.7	Anpassungstests	113
14.8	Noch ein Beispiel	114
	Literatur	117
15	Der Einfluss des Stichprobenumfangs	119
15.1	Größere Stichproben führen zu engeren Vertrauensbereichen oder kritischen Bereichen für Tests	119
15.2	Abhängigkeit des Zufallsstrebereichs relativer Häufigkeiten vom Stichprobenumfang	120
15.3	Schätzung seltener Ereignisse	121
15.4	Die Abhängigkeit der Vertrauensbereiche von Mittelwerten vom Stichprobenumfang	122
15.5	Testverfahren haben eine unterschiedliche Wirksamkeit	123
15.6	Je mehr Parameter geschätzt werden, umso größere Stichproben braucht man	124
15.7	Kleinere Stichproben am Beispiel zweier Vergleiche von Wahrscheinlichkeiten	125
15.8	Statistische Versuchsplanung	126
	Literatur	128

16	Die Anwendungen der Stochastik sind zahlreich und nehmen weiter zu	129
16.1	Die Anwendungen der Stochastik sind vielgestaltig und manchmal sehr speziell	129
16.2	Eigentlich ist dem Menschen das Denken in Häufigkeiten fremd	130
16.3	Der Zufall wird auf einer Skala der Unbestimmtheit gemessen	131
16.4	Es gibt viele Verteilungstypen, entscheidend ist die passende Wahl	132
16.5	Die Zeitreihen- oder Spektralanalyse gehört eigentlich auch zur Stochastik	134
16.6	Die Analyse mehrdimensionaler zufälliger Größen und die Normalverteilung	134
16.7	Stochastische Methoden fördern auch Neues zu Tage	136
16.8	Simulationen und große Datenmengen	136
16.9	Die Bayes'sche Statistik	136
	Literatur	137
17	Fazit	139
	Literatur	140
	Sachwortverzeichnis	141