

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung .....</b>	<b>1</b>
<b>2 Statistik – das ist ein weites Feld .....</b>	<b>7</b>
2.1 Was das Wort „Statistik“ so alles bedeutet .....	7
2.2 Von prähistorischen Strichlisten und Lotosblumen .....	8
2.3 Auch die Bibel berichtet von statistischen Erhebungen .....	8
2.4 Die offizielle Statistik beschreibt auch noch heute die Welt .....	10
2.5 Die Stochastik misst auch abstrakte Größen, wie Risiken, Trends oder Korrelationen .....	10
2.6 Das Gesetz der großen Zahl .....	11
2.7 Stochastik oder die „Kunst des Erratens“ .....	12
2.8 Von der Stichprobe zur Häufigkeitsverteilung .....	12
2.9 Messwerte, Fehlerrechnung und Glockenkurve .....	13
2.10 Die empirische Bestimmung von Konstanten .....	15
Literatur .....	16
<b>3 Was und wie die „beschreibende Statistik“ beschreibt .....</b>	<b>17</b>
3.1 Was sich so alles erfassen lässt .....	17
3.2 Einige der üblichen Formen, Daten darzustellen .....	18
3.3 Es gibt geeignete und ungeeignete Kennzahlen .....	19
Literatur .....	23
<b>4 Stochastik oder die „Kunst des Ratens“ .....</b>	<b>25</b>
4.1 Seit dem 19. Jahrhundert beschreibt die Wissenschaft Massenerscheinungen durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen .....	25
4.2 Auf die Methode der kleinsten Quadrate folgte das Maximum-Likelihood-Prinzip .....	26
4.3 Was bedeutet das für unser Sonnenöl-Beispiel? .....	27
4.4 Was bedeutet das für die Körpermessungen? .....	27
4.5 In Deutschland wurde die Stochastik zunächst kaum bekannt .....	28
4.6 Noch einmal zurück zum Grundgedanken der Stochastik .....	29
4.7 Das Anwendungsgebiet der Stochastik ist sehr vielgestaltig .....	29

4.8	Der Nachweis, dass etwas nicht existiert . . . . .	30
4.9	Die Schätzung abstrakter Größen . . . . .	31
	Literatur . . . . .	32
5	<b>Die Quellen unseres Wissens sind Beobachtung und Theorie . . . . .</b>	33
5.1	Der hohe Entwicklungsstand und die große Komplexität der heutigen Wissenschaft . . . . .	33
5.2	Wissen wir denn wirklich, was wir zu wissen glauben? . . . . .	34
5.3	Theorien und Beobachtungen formten das Verständnis der Welt . . . . .	35
5.4	Empirisches Wissen allein erfasst nur einen Aspekt eines komplexeren Problems . . . . .	37
5.5	Theorien brauchen die Reproduzierbarkeit ihrer Voraussagen . . . . .	38
5.6	Beschreibende Modelle . . . . .	38
5.7	Poppers Wolken und Uhren . . . . .	39
5.8	Meistens muss man schon etwas wissen um etwas anderes erkennen zu können . . . . .	39
	Literatur . . . . .	41
6	<b>Der Zufall . . . . .</b>	43
6.1	Was verstehen wir unter dem Begriff „Zufall“? . . . . .	43
6.2	Eine Realisierung einer zufälligen Größe ist nicht mehr zufällig . . . . .	44
6.3	Die relative Häufigkeit aller Realisierungen einer zufälligen Größe ist der Ausgangspunkt und die wichtigste Information jeder statistischen Auswertung . . . . .	45
6.4	Viele verspüren ein Unbehagen angesichts zufälliger Ereignisse . . . . .	45
6.5	Der Zufall in Erkenntnistheorie und Physik . . . . .	46
6.6	Das deterministische Chaos und Fraktale . . . . .	48
6.7	Der Zufall braucht ein Maß, es ist die Wahrscheinlichkeit . . . . .	48
	Literatur . . . . .	49
7	<b>Was ist „Wahrscheinlichkeit“? . . . . .</b>	51
7.1	Wie man sich eine Wahrscheinlichkeit vorstellen kann . . . . .	51
7.2	Unwahrscheinlich oder unmöglich, sehr wahrscheinlich oder sicher . . . . .	52
7.3	Es gibt den Zufall für diskrete und für kontinuierliche Größen . . . . .	53
7.4	Die Wurzeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	53
7.5	Der Laplace'sche Wahrscheinlichkeitsbegriff . . . . .	54
7.6	Das Urnenmodell mit und ohne Zurücklegen . . . . .	55
7.7	Zufällige Größen auf kontinuierlichen Skalen . . . . .	56
7.8	Die von Mises'sche Definition der Wahrscheinlichkeit . . . . .	57
7.9	Die Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit und die subjektive Wahrscheinlichkeit . . . . .	57
7.10	Die Wahrscheinlichkeit im Alltag . . . . .	58
	Literatur . . . . .	58

<b>8 Die Wahrscheinlichkeiten von zusammengesetzten zufälligen Ereignissen . . . . .</b>	59
8.1 Verknüpfungen von zufälligen Ereignissen, die einander ausschließen . . . . .	59
8.2 Verknüpfungen von zufälligen Ereignissen, die voneinander abhängig sind . . . . .	60
8.3 Beispiel für bedingte Wahrscheinlichkeiten . . . . .	61
8.4 Die Paradoxa des Chevalier de Meré und des Besuchers von Galileo Galilei . . . . .	61
8.5 Das Pascal'sche Dreieck . . . . .	63
8.6 Die Entstehung einer Binomialverteilung . . . . .	64
Literatur . . . . .	66
<b>9 Wahrscheinlichkeitsmodelle . . . . .</b>	67
9.1 Wahrscheinlichkeitsverteilung und Verteilungstyp . . . . .	67
9.2 Black-Box-Modelle . . . . .	68
9.3 Zweidimensionale Black-Box-Modelle . . . . .	69
9.4 Die Modelle müssen dem Ziel des Experiments angepasst sein . . . . .	71
9.5 Die Modelle sollten Bekanntes in ihrer Form berücksichtigen . . . . .	71
9.6 Das Ziel der aktuellen Forschung ist vielfach die Entwicklung von Modellen . . . . .	72
Literatur . . . . .	74
<b>10 Einige Wahrscheinlichkeitsverteilungen . . . . .</b>	75
10.1 Die Gleichverteilung . . . . .	75
10.2 Die Binomialverteilung . . . . .	76
10.3 Die Poisson-Verteilung . . . . .	77
10.4 Die Polynomverteilung . . . . .	79
10.5 Ein Beispiel für die Modelle Poisson-Verteilung und Exponentialverteilung . . . . .	79
<b>11 Die Normalverteilung . . . . .</b>	83
11.1 Die Charakteristika einer Normalverteilung . . . . .	83
11.2 Die Normalverteilung ist eine Grenzverteilung . . . . .	84
11.3 Vorsicht bei Anwendung der „Normalverteilung“! Sie gilt nicht universell, nur häufig . . . . .	85
11.4 Zweidimensionale Normalverteilungen . . . . .	87
Literatur . . . . .	90
<b>12 Was nun die Daten betrifft . . . . .</b>	91
12.1 Prüfung der Zufälligkeit und Unabhängigkeit . . . . .	91
12.2 Am wichtigsten ist das Ziel der Untersuchung . . . . .	92
12.3 Die Erhebung der Daten . . . . .	92
12.4 Welche zufällige Größe soll untersucht werden? . . . . .	94

12.5	Ist das Modell fraglich, sollte man die Daten so erheben, als gälte das nächst kompliziertere Modell .....	94
12.6	Die Daten können nur das aussagen, was das angewendete Modell zulässt .....	95
12.7	Grundgesamtheit und Stichprobe .....	97
12.8	Strukturierte Gesamtheiten .....	98
12.9	Es gibt auch subjektive Einflüsse .....	98
12.10	Die Genauigkeit .....	99
	Literatur .....	100
13	<b>Der Schluss vom Wahrscheinlichkeitsmodell auf die Daten</b> .....	101
13.1	Die Perspektive der Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	101
13.2	Ein Würfelversuch .....	102
13.3	Der Zufallsstrebereich .....	103
14	<b>Der Schluss von den Daten auf das Wahrscheinlichkeitsmodell</b> .....	107
14.1	Statistische Auswertungen sind Häufigkeitsanalysen .....	107
14.2	Die Schätzung von Parametern .....	107
14.3	Unser Würfelversuch .....	108
14.4	Ein weiteres Beispiel .....	110
14.5	Statistische Tests .....	111
14.6	Das Entscheidungsproblem .....	112
14.7	Anpassungstests .....	113
14.8	Noch ein Beispiel .....	114
	Literatur .....	117
15	<b>Der Einfluss des Stichprobenumfangs</b> .....	119
15.1	Größere Stichproben führen zu engeren Vertrauensbereichen oder kritischen Bereichen für Tests .....	119
15.2	Abhängigkeit des Zufallsstrebereichs relativer Häufigkeiten vom Stichprobenumfang .....	120
15.3	Schätzung seltener Ereignisse .....	121
15.4	Die Abhängigkeit der Vertrauensbereiche von Mittelwerten vom Stichprobenumfang .....	122
15.5	Testverfahren haben eine unterschiedliche Wirksamkeit .....	123
15.6	Je mehr Parameter geschätzt werden, umso größere Stichproben braucht man .....	124
15.7	Kleinere Stichproben am Beispiel zweier Vergleiche von Wahrscheinlichkeiten .....	125
15.8	Statistische Versuchsplanung .....	126
	Literatur .....	128

---

<b>16 Die Anwendungen der Stochastik sind zahlreich und nehmen weiter zu . . . . .</b>	<b>129</b>
16.1 Die Anwendungen der Stochastik sind vielgestaltig und manchmal sehr speziell . . . . .	129
16.2 Eigentlich ist dem Menschen das Denken in Häufigkeiten fremd . . . . .	130
16.3 Der Zufall wird auf einer Skala der Unbestimmtheit gemessen . . . . .	131
16.4 Es gibt viele Verteilungstypen, entscheidend ist die passende Wahl . . . . .	132
16.5 Die Zeitreihen- oder Spektralanalyse gehört eigentlich auch zur Stochastik . . . . .	134
16.6 Die Analyse mehrdimensionaler zufälliger Größen und die Normalverteilung . . . . .	134
16.7 Stochastische Methoden fördern auch Neues zu Tage . . . . .	136
16.8 Simulationen und große Datenmengen . . . . .	136
16.9 Die Bayes'sche Statistik . . . . .	136
Literatur . . . . .	137
<b>17 Fazit . . . . .</b>	<b>139</b>
Literatur . . . . .	140
<b>Sachwortverzeichnis . . . . .</b>	<b>141</b>