

Inhaltsverzeichnis

1 Beispiele für das Auftreten linearer Gleichungssysteme	1
2 Grundlagen der linearen Algebra	7
2.1 Vektornormen und Skalarprodukt	7
2.2 Lineare Operatoren, Matrizen und Matrixnormen	13
2.3 Konditionszahl und singuläre Werte	25
2.4 Der Banachsche Fixpunktsatz	29
2.5 Übungsaufgaben	33
3 Direkte Verfahren	36
3.1 Gauß-Elimination	36
3.2 Cholesky-Zerlegung	46
3.3 QR-Zerlegung	49
3.3.1 Das Gram-Schmidt-Verfahren	49
3.3.2 Die QR-Zerlegung nach Givens	55
3.3.3 Die QR-Zerlegung nach Householder	59
3.4 Übungsaufgaben	66
4 Iterative Verfahren	69
4.1 Splitting-Methoden	72
4.1.1 Jacobi-Verfahren	76
4.1.2 Gauß-Seidel-Verfahren	82
4.1.3 Relaxationsverfahren	85
4.1.3.1 Jacobi-Relaxationsverfahren	86
4.1.3.2 Gauß-Seidel-Relaxationsverfahren	89
4.1.4 Richardson-Verfahren	97
4.1.5 Symmetrische Splitting-Methoden	101
4.2 Mehrgitterverfahren	106
4.2.1 Zweigitterverfahren	126
4.2.2 Der Mehrgitteralgorithmus	136

4.2.3	Das vollständige Mehrgitterverfahren	140
4.3	Projektionsmethoden und Krylov-Unterraum-Verfahren	142
4.3.1	Verfahren für symmetrische, positiv definite Matrizen	145
4.3.1.1	Die Methode des steilsten Abstiegs	148
4.3.1.2	Das Verfahren der konjugierten Richtungen	154
4.3.1.3	Das Verfahren der konjugierten Gradienten	156
4.3.2	Verfahren für reguläre Matrizen	165
4.3.2.1	Der Arnoldi-Algorithmus und die FOM	165
4.3.2.2	Der Lanczos-Algorithmus und die D-Lanczos-Methode	170
4.3.2.3	Der Bi-Lanczos-Algorithmus	174
4.3.2.4	Das GMRES-Verfahren	179
4.3.2.5	Das BiCG-Verfahren	194
4.3.2.6	Das CGS-Verfahren	201
4.3.2.7	Das BiCGSTAB-Verfahren	204
4.3.2.8	Das TFQMR-Verfahren	210
4.3.2.9	Das QMRCGSTAB-Verfahren	219
4.3.2.10	Konvergenzanalysen	222
4.4	Übungsaufgaben	224
5	Präkonditionierer	230
5.1	Skalierungen	231
5.2	Polynomiale Präkonditionierer	234
5.3	Splitting-assozierte Präkonditionierer	237
5.4	Die unvollständige LU-Zerlegung	238
5.5	Die unvollständige Cholesky-Zerlegung	241
5.6	Die unvollständige QR-Zerlegung	242
5.7	Die unvollständige Frobenius-Inverse	244
5.8	Das präkonditionierte CG-Verfahren	246
5.9	Das präkonditionierte BiCGSTAB-Verfahren	249
5.10	Vergleich der Präkonditionierer	251
5.11	Übungsaufgaben	255
A	Implementierungen in MATLAB	256
Literaturverzeichnis		269
Index		274