

Inhaltsverzeichnis

1 Problemaufriss und Gliederung	15
1.1 „Verfestigtes zählendes Rechnen“ und daran anschließende Forschungsinteressen	15
1.2 Gliederung der Arbeit	18
2 Die Entwicklung kindlicher Lösungsstrategien im Bereich der additiven	
Grundaufgaben: Stand der Forschung und offene Fragen	21
2.1 Definition häufig verwendeter Begriffe	21
2.2 Chronometrische Studien	25
2.2.1 GROEN & PARKMAN	25
2.2.2 Beiträge von ASHCRAFT und seinen Forschungsteams	27
2.2.3 Einwände gegen chronometrische Studien	28
2.2.4 Chronometrie in neuem Gewand	29
2.3 Entwicklung in Form „überlappender Wellen“	31
2.3.1 Der „overlapping waves approach“ von SIEGLER und Kollegen und ihre	
Modelle der Strategieentscheidung	32
2.3.2 Zur Kritik an SIEGLERS Beiträgen	37
2.4 Die Längsschnittstudie von CARPENTER und MOSER	43
2.4.1 Einschränkungen bei der Auswahl der Aufgaben	43
2.4.2 Angaben zum Unterricht der interviewten Kinder	44
2.4.3 Aussagen zur Strategieentwicklung	44
2.4.4 Didaktische Konsequenzen aus Sicht der Autoren	47
2.4.5 Zusammenfassende Beurteilung	48
2.5 Studien zu Häufigkeiten einzelner Rechenstrategien bei Kindern unterschiedlicher	
„Begabung“	49
2.5.1 GEARY & BROWN (1991)	49
2.5.2 GEARY, BROWN & SAMARANAYAKE (1991)	50
2.6 Studien zu Einflüssen national unterschiedlicher Wirkfaktoren	52
2.6.1 Massiv höherer Anteil von Faktenabruf bei ostasiatischen Kindern	52
2.6.2 Mögliche Einflüsse der Sprache	54
2.6.3 Mögliche Einflüsse des Unterrichts	55
2.6.4 Unterschiede in der Verwendung von Ableitungsstrategien	56
2.6.5 Andere sozio-kulturelle Einflussfaktoren	57
2.6.6 Zusammenfassende Beurteilung vorliegender Vergleichsstudien	57
2.7 Studien zu geschlechtsspezifischen Unterschieden	58
2.8 Beiträge von BAROODY	61
2.8.1 BAROODYs „schema based view“	61
2.8.2 BAROODY zur Entwicklung des „Komplementaritätsprinzips“	63
2.8.3 Zur Kritik an BAROODY	66
2.9 Zur Bedeutung von Ableitungsstrategien für das Automatisieren der Basisfakten	70
2.9.1 THORNTONS Unterrichtsexperimente	73

2.9.2	STEINBERGS Interventionsstudie.....	78
2.9.3	Beiträge von GRAY und KollegInnen.....	82
2.9.4	Ableitungsstrategien und aktuelle Schulwirklichkeit in Kalifornien	86
2.9.5	Zweifel an der „Unterrichtbarkeit“ von Ableitungsstrategien	89
2.9.6	Ableitungsstrategien auch für „lernschwache“ Kinder?	93
2.10	Konzeptuelle Voraussetzungen unterschiedlicher Lösungsstrategien: Zu vielfältig und komplex für ein „allgemeingültiges Modell“?	95
2.10.1	„Pattern numbers“ und „counted numbers“ als konzeptuelle Voraussetzung des ersten Rechnens.....	96
2.10.2	Weiterzähl-Strategien als <i>Ökonomisierung</i> des zählenden Rechnens.....	104
2.10.3	„Number-after-rule“, „Counting on from <i>larger</i> “ und Kommutativität der Addition.....	111
2.10.4	Das „Teile-Ganzes“-Konzept.....	115
2.10.5	Additionsstrategien auf Grundlage von Kovarianz.....	121
2.10.6	Subtraktion als Umkehrung der Addition	126
2.10.7	Strategien auf Grundlage von kovarianten Zusammenhängen zwischen zwei Subtraktionen.....	130
2.10.8	Strategien auf Grundlage kompensatorischer Zusammenhänge	131
2.10.9	Strategien für Aufgaben mit Zehnerüber- bzw. -unterschreitung.....	133
2.10.10	Abschließende Bemerkung zur konzeptuellen Analyse unterschiedlicher Rechenstrategien	139
2.11	Beiträge der Neuropsychologie	140
2.12	Beiträge der Kognitionspsychologie.....	146
2.12.1	Zum Einfluss des „Arbeitsgedächtnisses“	147
2.12.2	„Einfaches Rechnen“ und Langzeitgedächtnis	151
2.12.3	Aktuelle Studien zu „Prädiktoren“ späterer Mathematikleistungen	154
2.13	Zusammenfassung und Formulierung offener Fragen.....	159
2.13.1	Das spezifische Interesse am <i>österreichischen</i> Status quo.....	160
2.13.2	Angemessene Berücksichtigung des Faktors „Unterricht“	161
2.13.3	Möglichst differenzierte Erfassung der Strategien.....	162
2.13.4	Untersuchung möglicher Zusammenhänge zwischen frühem Ableiten und frühem Automatisieren.....	164
3	Frühe Automatisierung der additiven Grundaufgaben: Ein lohnendes Unterrichtsziel?... 167	
3.1	Addieren und Subtrahieren mit mehrstelligen Zahlen als Argument für frühes Automatisieren der Grundaufgaben.....	168
3.1.1	Automatisierung der Grundaufgaben: notwendige Bedingung oder günstige Voraussetzung des schriftlichen Rechnens?	169
3.1.2	Zählendes Rechnen als vor allem <i>konzeptuelles</i> Hemmnis beim „halbschriftlichen Rechnen“	172
3.1.3	Zählendes Rechnen als (weitgehende) Verhinderung des Kopfrechnens mit zwei- und mehrstelligen Zahlen	178

3.1.4 Die Bedeutung des (nicht-zählenden) Kopfrechnens im Zeitalter des Taschenrechners	182
3.1.5 Zusammenfassender Befund über die Bedeutung automatisierter Grundaufgaben für das Rechnen mit mehrstelligen Zahlen	184
3.2 Die Bewertung der Automatisierung der additiven Grundaufgaben in der aktuellen fachdidaktischen Zieldiskussion	185
3.2.1 Das Beherrschen der Grundaufgaben im Kontext von „mathematical proficiency“ in der Zieldefinition der NCTM	185
3.2.2 Auswendigwissen der Grundaufgaben als <i>bedingtes</i> Unterrichtsziel in der aktuellen deutschsprachigen Fachdidaktik	190
3.3 Konsequenzen für die Begründung von Zielen im arithmetischen Erstunterricht	201
3.3.1 Argumente im Hinblick auf rechnerische Kompetenzen	201
3.3.2 Argumente im Hinblick auf weitere „Grundideen der Arithmetik“	204
4 Fachdidaktische Empfehlungen für den Arithmetikunterricht im ersten Schuljahr	207
4.1 Vom Zählen zu einer strukturierten Zahlauffassung	208
4.2 Gezieltes Erarbeiten nicht-zählender Rechenstrategien	212
4.2.1 Ableitungsstrategien in der Konzeption von GERSTER	213
4.2.2 Ableitungsstrategien in der Konzeption von WITTMANN & MÜLLER	214
4.2.3 Ableitungsstrategien in der Konzeption von RADATZ, SCHIPPER, DRÖGE & EBELING	218
4.2.4 Zusammenfassung	219
4.3 Vorrang der Strategie-Reflexion gegenüber dem „Lösen von Rechenaufgaben“	219
4.4 Ganzheitliche Behandlung von Zahlenräumen	220
4.5 Keine Festlegung auf das „Teilschrittverfahren“ für den Zehnerübergang im Zahlenraum bis 20	225
4.6 Vorrang operativer Übungsformen	226
4.7 Zusammenfassung und Anmerkungen zur „Evaluation“ der übereinstimmend empfohlenen Unterrichtsmaßnahmen	230
5 Formulierung der Hypothesen	233
5.1 Globale inhaltliche Hypothesen	233
5.2 Statistische Prüfhypothesen	234
5.2.1 Prüfhypothesen zum Einfluss des zu Beginn des ersten Schuljahres vorhandenen zahlbezogenen Wissens auf die Entwicklung der Rechenstrategien im ersten Schuljahr	234
5.2.2 Prüfhypothesen zum Einfluss von Geschlechtszugehörigkeit und Bildungsgrad der Eltern auf die Strategiepräferenz zu Beginn bzw. am Ende des ersten Schuljahres	234
5.2.3 Prüfhypothesen zum Zusammenhang der Strategiepräferenz am Ende des ersten Schuljahres mit der Strategiepräferenz zu Beginn bzw. Mitte des ersten Schuljahres	235

5.2.4 Prüfhypothesen zum Zusammenhang zwischen den Strategien, mit denen dieselben Aufgaben Mitte und Ende des ersten Schuljahres von denselben Kindern gelöst werden	235
6 Design und Durchführung der empirischen Studien	237
6.1 Längsschnittstudie zur Entwicklung der Lösungsstrategien im Laufe des ersten Schuljahres.....	237
6.1.1 Stichprobengewinnung.....	237
6.1.2 Beschreibung der Stichprobe.....	238
6.1.3 Zeitlicher Ablauf	239
6.1.4 Zur Erhebungsmethode	239
6.1.5 Design der Interviews.....	239
6.1.6 Zur Durchführung der Interviews	241
6.1.7 Zur Auswertung der Interviews.....	243
6.2 Analyse der Schulbücher	245
6.3 LehrerInnenbefragung	247
6.4 Elternbefragung	247
6.5 Im qualitativ-explorativen Teil gewählte Methoden	248
6.6 Zur Hypothesenprüfung gewählte Methoden	248
7 Schulische Rahmenbedingungen der Strategieentwicklung.....	249
7.1 Ergebnisse der Schulbuchanalyse.....	250
7.1.1 Zur Behandlung von Zahlenräumen.....	250
7.1.2 Zur Behandlung von Zahlstrukturen und Rechenstrategien.....	252
7.1.3 Zur Behandlung des Zehnerübergangs.....	269
7.1.4 Qualität der Übungspäckchen	275
7.1.5 Schaffen von Anlässen für das Kommunizieren und Argumentieren von Lösungswegen.....	281
7.1.6 Zusammenfassende Beurteilung der didaktisch-methodischen Qualität der fünf analysierten Schulbücher.....	285
7.2 Ergebnisse der LehrerInnenbefragung.....	287
7.2.1 Beschreibung der Stichprobe.....	287
7.2.2 Angaben zur Verwendung und Beurteilung des Schulbuches	287
7.2.3 Angaben zum Umgang mit Anschauungsmaterial.....	292
7.2.4 Angaben zur Behandlung einzelner Rechenstrategien im Zahlenraum bis zehn	302
7.2.5 Angaben zur Behandlung des Zehnerübergangs	306
7.3 Einschätzung der didaktisch-methodischen Qualität des Mathematikunterrichts der befragten Kinder	311
7.3.1 Zur Bedeutung des Schulbuches	311
7.3.2 Zum Umgang mit Zählstrategien	313

8 Längsschnittstudie zur Strategie-Entwicklung: Deskriptive Statistik und qualitative Ergebnisse.....	321
8.1 Zahlbezogene Kenntnisse zu Schulbeginn	322
8.1.1 Kenntnis der Zahlwortreihe vorwärts.....	322
8.1.2 Kenntnis der Zahlwortreihe rückwärts	323
8.1.3 Resultatives Zählen	324
8.1.4 Finger-Zahl-Bewusstheit.....	324
8.1.5 Quasi-Simultanerfassung von Anzahlen bis neun.....	325
8.1.6 Aufgabenverständnis und Kenntnis der Rechenzeichen	326
8.2 Addieren und Subtrahieren zu Schulbeginn	328
8.2.1 Häufigkeit einzelner Strategien bei einzelnen Aufgaben	328
8.2.2 Ableitungsstrategien zu Schulbeginn	332
8.2.3 „Scoring in context“	340
8.3 Addieren und Subtrahieren Mitte des ersten Schuljahres.....	345
8.3.1 Häufigkeiten einzelner Strategien im Zahlenraum bis zehn	345
8.3.2 Lösungsstrategien bei Aufgaben mit Zehnerübergang Mitte des ersten Schuljahres	353
8.3.3 Ableitungsstrategien Mitte des ersten Schuljahres.....	355
8.3.4 „Scoring in context“	366
8.3.5 Bei Zusatzaufgaben Mitte des ersten Schuljahres gezeigte Einsicht in operative Zusammenhänge.....	370
8.4 Addieren und Subtrahieren am Ende des ersten Schuljahres	374
8.4.1 Häufigkeiten einzelner Strategien im Zahlenraum bis zehn	374
8.4.2 Häufigkeit einzelner Strategien bei Aufgaben mit Zehnerübergang.....	382
8.4.3 Ableitungsstrategien am Ende des ersten Schuljahres	390
8.4.4 „Scoring in context“ am Ende des ersten Schuljahres	405
8.4.5 In Zusatzaufgaben gezeigte Einsicht in operative Zusammenhänge.....	408
8.5 Zur Entwicklung von Strategiepräferenzen: Versuch einer empirisch begründeten Typenbildung.....	413
8.5.1 Die Stufen der Typenbildung in der Analyse kindlicher Strategieentwicklungen	414
8.5.2 Häufigkeiten verschiedener Strategiegruppen im Verlauf des ersten Schuljahres	419
8.5.3 Sechs Typen in der Entwicklung von Rechenstrategien im Laufe des ersten Schuljahres	425
8.5.4 Zusammenfassung und Diskussion der qualitativen Ergebnisse.....	461
8.5.5 Plädoyer für eine grundlegende Modifikation von Forschungsfragen und -design für Folgeuntersuchungen	472

9	Prüfstatistik.....	475
9.1	Hypothesen zum Einfluss des zu Schulbeginn vorhandenen Zahlwissens, des Geschlechts und des Bildungsgrads der Eltern auf die Entwicklung der Rechenstrategien.....	475
9.1.1	Zum gewählten Prüfverfahren.....	475
9.1.2	Deskriptive Statistiken.....	477
9.1.3	Detail-Ergebnisse der Signifikanzprüfungen.....	479
9.2	Hypothesen zur Korrelation zwischen Strategiepräferenzen zu Beginn, zur Mitte und am Ende des ersten Schuljahres.....	481
9.3	Hypothesen zum Zusammenhang der Strategiewahl bei denselben Aufgaben Mitte und Ende des ersten Schuljahres.....	482
10	Diskussion und Ausblick.....	489
10.1	Zum Einfluss des frühen Zahlwissens auf die Strategieentwicklung.....	489
10.2	Zum Einfluss der Geschlechtszugehörigkeit.....	498
10.3	Zum Einfluss des Bildungsgrades der Eltern.....	505
10.4	Zum Einfluss des Ableitens auf das Automatisieren.....	509
10.5	Ausblick.....	514
10.5.1	Konsequenzen für die Aus- und Fortbildung von Lehrkräften.....	514
10.5.2	Konsequenzen bezüglich der Zulassung von Lehrmitteln.....	516
10.5.3	Konsequenzen für den schulischen Förderunterricht.....	518
10.5.4	Einschränkung der Ergebnisse der vorliegenden Studie und Forschungsdesiderate für künftige Studien.....	519
	Literaturverzeichnis.....	523