

Inhaltsverzeichnis

1	Geschichtliches zu Zahl und Zahldarstellung	1
1.1	Zahlen und Zahldarstellungen: Vorgeschichte	1
1.2	Die Entstehung von Mathematik und Zahlensystemen in den ersten Hochkulturen	2
1.3	Zur Entwicklung der schriftlichen Rechenverfahren	15
1.4	Erste Höhepunkte der neuzeitlichen Entwicklung	18
2	Die Division mit Rest und die Teilbarkeitsrelation	25
2.1	Die Division mit Rest	25
2.2	Die Teilbarkeitsrelation	29
2.3	Teilerzahl, Teilersumme, Multiplikativität	35
2.4	Perfekte, abundante, defiziente und befreundete Zahlen	37
3	Euklidischer Algorithmus, größter gemeinsamer Teiler (GGT), kleinstes gemeinsames Vielfaches (KGV)	39
3.1	Begriffsbeschreibung von GGT und KGV	39
3.2	Der Euklidische Algorithmus	41
3.3	Exkurs: Paradigmatisches Beweisen und Visualisierung	52
4	Primzahlen	55
4.1	Der Begriff der Primzahl	55
4.2	Die Unendlichkeit der Primzahlmenge	56
4.3	Die Suche nach Primzahlen: Das Sieb des Eratosthenes	60
4.4	Primeigenschaft und Unzerlegbarkeit	62
4.5	Der Fundamentalsatz der Zahlentheorie	66
4.6	Die kanonische Darstellung der Primfaktorzerlegung	68
4.7	Fermatsche Zahlen	70
4.8	Mersennesche Zahlen	71
4.9	Die Goldbachsche Vermutung	75
4.10	Formeln und Polynome für Primzahlen	76
4.11	Die Verteilung der Primzahlen	77

5	Kongruenzen und Restklassen.....	85
5.1	Die Kongruenzrelation.....	85
5.2	Restklassenarithmetik	90
5.3	Systeme linearer Kongruenzen und der Chinesische Restsatz	95
6	Stellenwertsysteme, Teilbarkeitsregeln und Rechenproben.....	99
6.1	Stellenwertsysteme	99
6.2	Stellenwertdarstellung und Kongruenzen.....	104
6.3	Rechenproben – eine Anwendung mit historischer Bedeutung.....	105
7	Die Sätze von Euler, Fermat und Wilson	109
7.1	Die Eulersche ϕ -Funktion („Eulersche Totientenfunktion“).....	109
7.2	Die Sätze von Euler und Fermat	113
7.3	Der Satz von Wilson – ein Primzahlkriterium.....	116
8	Anhänge.....	119
8.1	Allgemeine Beweisprinzipien und Beweisverfahren.....	119
8.2	Axiomatische Beschreibung der natürlichen Zahlen und das Prinzip der vollständigen Induktion	122
8.3	Mengentheoretische Grundbegriffe	130
8.4	Zur Multiplikativität der Eulerschen ϕ -Funktion – ein ausführliches Beispiel	134
	Abbildungsverzeichnis.....	141
	Verzeichnis internetbasierter Materialien des Autors	144
	Literaturverzeichnis.....	145
	Index.....	153