

# Inhaltsverzeichnis

|   |            |
|---|------------|
| <b>Abkürzungen, Variablennamen</b> .....  | <b>X</b>   |
| <b>1 Voraussetzungen und Hilfsmittel</b> .....  | <b>1</b>   |
| 1.1 Prozentrechnung .....   | 1          |
| 1.2 Lineare (einfache) Verzinsung .....   | 17         |
| 1.2.1 Grundlagen der linearen Verzinsung .....  | 18         |
| 1.2.2 Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik (bei linearer Verzinsung) .....                | 26         |
| 1.2.3 Terminrechnung - mittlerer Zahlungstermin .....   | 38         |
| 1.2.4 Vorschüssige Verzinsung, Wechseldiskontierung .....                                       | 46         |
| <b>2 Zinseszinsrechnung (exponentielle Verzinsung)</b> .....                                    | <b>51</b>  |
| 2.1 Grundlagen der Zinseszinsrechnung .....   | 51         |
| 2.2 Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik (bei Zinseszinsen) .....                         | 62         |
| 2.3 Unterjährige Verzinsung .....   | 75         |
| 2.3.1 Diskrete unterjährige Verzinsung .....  | 75         |
| 2.3.2 Zur Effektivverzinsung kurzfristiger Kredite .....  | 82         |
| 2.3.3 Gemischte Verzinsung .....  | 85         |
| 2.3.4 Stetige Verzinsung .....  | 88         |
| 2.4 Inflation und Verzinsung .....  | 93         |
| 2.4.1 Inflation .....   | 93         |
| 2.4.2 Exponentielle Verzinsung unter Berücksichtigung von Preissteigerungen/<br>Inflation ..... | 96         |
| <b>3 Rentenrechnung</b> .....   | <b>101</b> |
| 3.1 Vorbemerkungen .....  | 101        |
| 3.2 Gesamtwert (Zeitwert) einer Rente zu beliebigen Bewertungsstichtagen .....                  | 102        |
| 3.3 Vor- und nachschüssige Renten .....   | 106        |
| 3.4 Rentenrechnung und Äquivalenzprinzip - Beispiele und Aufgaben .....                         | 109        |
| 3.5 Zusammengesetzte Zahlungsreihen und wechselnder Zinssatz .....                              | 118        |
| 3.6 Ewige Renten .....  | 121        |
| 3.7 Kapitalaufbau/Kapitalabbau durch laufende Zuflüsse/Entnahmen .....                          | 126        |
| 3.8 Auseinanderfallen von Ratetermin und Zinszuschlagtermin .....                               | 132        |
| 3.8.1 Rentenperiode größer als Zinsperiode .....  | 133        |
| 3.8.2 Zinsperiode größer als Rentenperiode .....  | 136        |
| 3.8.2.1 ICMA - Methode („internationale Methode“) .....   | 136        |
| 3.8.2.2 US-Methode .....  | 138        |
| 3.8.2.3 „360 - Tage - Methode“ .....  | 139        |

|  |            |
|--|------------|
| 3.9 Renten mit veränderlichen Raten .....  | 149        |
| 3.9.1 Arithmetisch veränderliche Renten .....  | 149        |
| 3.9.2 Geometrisch veränderliche Renten .....   | 155        |
| 3.9.2.1 Grundlagen .....   | 155        |
| 3.9.2.2 Geometrisch steigende Renten – Kompensation von Preissteigerungen .....                                | 159        |
| 3.9.2.3 Zusammenfassung .....  | 161        |
| 3.9.3 Veränderliche unterjährig zahlbare Renten .....  | 165        |
| <b>4 Tilgungsrechnung .....</b>  | <b>173</b> |
| 4.1 Grundlagen, Tilgungsplan, Vergleichskonto .....  | 173        |
| 4.2 Tilgungsarten .....  | 181        |
| 4.2.1 Allgemeine Tilgungsschuld .....  | 181        |
| 4.2.2 Gesamtfällige Schuld ohne Zinsansammlung .....   | 184        |
| 4.2.3 Gesamtfällige Schuld mit vollständiger Zinsansammlung .....  | 185        |
| 4.2.4 Ratentilgung (Ratenschuld) .....   | 186        |
| 4.2.5 Annuitätentilgung (Annuitätenschuld) .....   | 187        |
| 4.2.5.1 Annuitätenkredit – Standardfall .....  | 187        |
| 4.2.5.2 Annuitätenkredit – Ergänzungen .....   | 193        |
| 4.2.5.3 Exkurs: Annuitätenkredit mit Disagio .....   | 198        |
| 4.2.5.4 Exkurs: Tilgungsstreckung, Zahlungsaufschub, Tilgungsstreckungs-<br>darlehen, Stückelung .....         | 203        |
| 4.3 Tilgungsrechnung bei unterjährigen Zahlungen .....   | 212        |
| 4.3.1 Kontoführungsmethode 1 (360-Tage-Methode) .....  | 213        |
| 4.3.2 Kontoführungsmethode 2 (Braess) .....  | 214        |
| 4.3.3 Kontoführungsmethode 3 (US) .....  | 215        |
| 4.3.4 Kontoführungsmethode 4 (ICMA) .....  | 217        |
| 4.4 Nachschüssige Tilgungsverrechnung .....  | 220        |
| <b>5 Die Ermittlung des Effektivzinssatzes in der Finanzmathematik .....</b>                                   | <b>225</b> |
| 5.1 Grundlagen .....   | 225        |
| 5.1.1 Der Effektivzinzbegriff .....  | 225        |
| 5.1.2 Berechnungsverfahren für den Effektivzinssatz .....  | 230        |
| 5.2 Effektivzinsermittlung bei jährlichen Leistungen .....   | 234        |
| 5.2.1 Effektivzinsermittlung bei Standardkrediten .....  | 234        |
| 5.2.2 Exkurs: Disagioerstattung .....  | 245        |
| 5.2.3 Exkurs: Unterschiedliche Kreditkonditionen bei gleichem Zahlungsstrom ...                                | 246        |
| 5.3 Effektivzinsermittlung bei unterjährigen Leistungen .....  | 253        |
| 5.3.1 2-Phasen-Plan zur Effektivzinsermittlung .....   | 253        |
| 5.3.2 Die Berechnung von $i_{eff}$ :<br>Anwendungen des 2-Phasen-Plans – Variationen eines Basis-Kredits ..... | 260        |
| 5.3.3 Effektivverzinsung und unterjährige Zahlungen – ausgewählte Probleme ....                                | 273        |
| 5.3.3.1 Disagio-Varianten bei identischen Zahlungsströmen .....  | 274        |
| 5.3.3.2 Tilgungsstreckungsdarlehen bei unterjährigen Leistungen .....  | 279        |
| 5.3.3.3 Disagio-Rückerstattung bei unterjährigen Leistungen .....  | 283        |
| 5.3.3.4 Effektivverzinsung von Ratenkrediten .....   | 284        |
| 5.3.3.5 Anlageformen mit unterjährigen Leistungen – Beispiel Bonussparen .....                                 | 288        |
| 5.3.3.6 Übungsaufgaben zur Effektivzinsermittlung<br>bei unterjährigen Leistungen .....                        | 292        |
| 5.4 Exkurs: Finanzmathematische Aspekte zur „richtigen“ Verzinsungsmethode .....                               | 297        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| <b>6</b> | <b>Einführung in die Finanzmathematik festverzinslicher Wertpapiere</b>      | <b>307</b> |
| 6.1      | Grundlagen der Kursrechnung und Renditeermittlung                            | 307        |
| 6.2      | Kurs und Rendite bei ganzzahligen Restlaufzeiten                             | 313        |
| 6.3      | Kurs und Rendite zu beliebigen Zeitpunkten – Stückzinsen und Börsenkurs      | 316        |
| <b>7</b> | <b>Exkurs: Aspekte der Risikoanalyse – das Duration-Konzept</b>              | <b>321</b> |
| 7.1      | Die Duration als Maß für die Zinsempfindlichkeit von Anleihen                | 322        |
| 7.2      | Die Duration von Standard-Anleihen – Berechnungsverfahren und Einflussgrößen | 328        |
| 7.3      | Die immunisierende Eigenschaft der Duration                                  | 339        |
| 7.4      | Duration und Convexity   | 345        |
| <b>8</b> | <b>Exkurs: Derivative Finanzinstrumente – Futures und Optionen</b>           | <b>351</b> |
| 8.1      | Termingeschäfte: Futures und Optionen – ein Überblick                        | 352        |
| 8.2      | Forwards/Futures: Terminkauf und -verkauf                                    | 353        |
| 8.3      | Optionen: Basisformen  | 359        |
| 8.4      | Einfache Kombinationen aus Fixgeschäften und Optionen                        | 367        |
| 8.5      | Spreads  | 372        |
| 8.6      | Straddles  | 377        |
| 8.7      | Strangles / Combinations   | 379        |
| 8.8      | Einführung in die Optionspreisbewertung                                      | 381        |
| <b>9</b> | <b>Finanzmathematische Verfahren der Investitionsrechnung</b>                | <b>395</b> |
| 9.1      | Vorbemerkungen   | 395        |
| 9.2      | Kapitalwert und äquivalente Annuität einer Investition                       | 397        |
| 9.3      | Interner Zinssatz einer Investition – Vorteilhaftigkeitskriterien            | 404        |
|          | <b>Lösungen der Übungsaufgaben</b>   | <b>421</b> |
|          | <b>Literaturverzeichnis</b>  | <b>443</b> |
|          | <b>Sachwortverzeichnis</b>   | <b>447</b> |