

Inhaltsverzeichnis

1	Lineare Gleichungssysteme und Matrizen	9
1.1	Lineare Gleichungssysteme	9
1.2	Matrizen	12
1.3	Elementare Umformungen und Zeilenstufenformen	13
1.4	Das Gauß- und Gauß-Jordan-Verfahren	16
1.5	Mehr über Matrizen	23
1.6	Rechnen mit Matrizen	26
1.7	Die Matrixform eines linearen Gleichungssystems	39
1.8	Lösen quadratischer Systeme durch Matrixinvertierung	40
1.9	Potenzen von Matrizen	43
1.10	Weitere Bemerkungen und Hinweise	44
2	Vektoren in der Ebene und im Raum	48
2.1	Geometrische Vektoren	48
2.2	Arithmetische Vektoren	52
2.3	Die Länge von Vektoren	59
2.4	Das Skalarprodukt	61
2.5	Orthogonale Projektionsvektoren	68
2.6	Die Komponentenform eines Vektors	71
2.7	Das Kreuzprodukt	72
2.8	Weitere Bemerkungen und Hinweise	77
3	Geometrische Modelle in der Ebene und im Raum	80
3.1	Darstellungen von Geraden	80
3.2	Darstellungen von Ebenen	85
3.3	Parameterdarstellungen als Funktionen, Bewegungen	90
3.4	Weitere Bemerkungen und Hinweise	91
4	Reelle Vektorräume und Unterräume	93
4.1	Die Vektorraum-Definition	93
4.2	Der Vektorraum \mathbb{R}^n	95
4.3	Weitere Beispiele von reellen Vektorräumen	97
4.4	Untervektorräume	98
4.5	Der Nullraum und homogene lineare Gleichungssysteme	101

4.6	Linearkombinationen, lineare Hülle	102
4.7	Die vier Fundamentträume einer Matrix	106
4.8	Der Spaltenraum und lineare Gleichungssysteme	107
4.9	Lineare Unabhängigkeit und Abhängigkeit	108
4.10	Basis und Dimension	110
4.11	Die Struktur der Lösungsmenge von $Ax = b$	114
4.12	Lineare Gleichungssysteme, Zeilen- und Spaltenbild	117
4.13	Basen für die vier Fundamentträume	118
4.14	Die Dimensionen der vier Fundamentträume	123
4.15	Summe und direkte Summe von zwei Unterräumen	126
4.16	Weitere Bemerkungen und Hinweise	128
5	Lineare Abbildungen von \mathbb{R}^n nach \mathbb{R}^m	132
5.1	Definition und Beispiele	132
5.2	Darstellung von linearen Abbildungen durch Matrizen	135
5.3	Weitere Beispiele	137
5.4	Weitere Bemerkungen und Hinweise	140
6	Der Euklidische Vektorraum \mathbb{R}^n	142
6.1	Orthogonal- und Orthonormalbasen	145
6.2	Summe und Orthogonalität der vier Fundamentträume	151
6.3	Weitere Bemerkungen und Hinweise	156
7	Determinanten	158
7.1	Die Determinante einer $(2, 2)$ -Matrix	158
7.2	Verallgemeinerung auf (n, n) -Matrizen	160
7.3	Determinanten und lineare Gleichungssysteme	164
7.4	Weitere Bemerkungen und Hinweise	168
8	Eigenwerte und Eigenvektoren	170
8.1	Eigenräume und Basen von Eigenvektoren	175
8.2	Diagonalisierung einer Matrix	177
8.3	Orthogonale Matrizen	182
8.4	Diagonalisierung mit orthogonalen Matrizen	185
8.5	Weitere Bemerkungen und Hinweise	188
	Musterlösungen der Aufgaben	191
	Literaturverzeichnis	203
	Sachwortverzeichnis	204