
Inhaltsverzeichnis

1	Mengenlehre	1
1.1	Einführung	1
1.2	Abzählbare Mengen	2
1.3	Die reellen Zahlen	4
1.4	Kardinalzahlen	6
1.5	Das Auswahlaxiom und seine Konsequenzen	10
1.6	Ordinalzahlen	13
2	Diskrete Mathematik	17
2.1	Einführung	17
2.2	Fakultäten und Binomialkoeffizienten	18
2.3	Das Schubfachprinzip	21
2.4	Das Einschluss-Ausschluss-Prinzip	23
2.5	Bäume und Catalan-Zahlen	25
2.6	Euler-Wege	29
2.7	Die Ramsey-Theorie	31
2.8	Das Lemma von Sperner und der Fixpunktsatz von Brouwer	33
3	Geometrie	37
3.1	Einführung	37
3.2	Dreiecke	38
3.3	Vierecke	43
3.4	Der Goldene Schnitt	45
3.5	Konstruktionen mit Zirkel und Lineal	47
3.6	Geraden in der Ebene	48
3.7	Polyeder	50
3.8	Nichteuklidische Geometrie	52

4	Analysis	55
4.1	Einführung	55
4.2	Geometrische und harmonische Reihen	56
4.3	Ungleichungen	58
4.4	Zwischenwertsatz, Mittelwertsätze und der Hauptsatz	60
4.5	Taylor-Reihen	63
4.6	Die Archimedes-Konstante π	67
4.7	Die Eulersche Zahl e	72
4.8	Die Gamma-Funktion	76
4.9	Bernoulli-Zahlen	79
5	Topologie	83
5.1	Einführung	83
5.2	Kompaktheit und Vollständigkeit	84
5.3	Homöomorphe Räume	87
5.4	Die Peano-Kurve	88
5.5	Der Hilbert-Würfel	90
5.6	Die Cantor-Menge	93
5.7	Bairesche Kategorien	96
5.8	Der Fixpunktsatz von Banach und Fraktale	101
6	Algebra	105
6.1	Einführung	105
6.2	Determinanten und Eigenwerte	106
6.3	Gruppentheorie	109
6.4	Ringe	112
6.5	Einheiten, Körper und die Euler-Funktion	116
6.6	Der Fundamentalsatz der Algebra	118
6.7	Lösungen von algebraischen Gleichungen	120
7	Zahlentheorie	125
7.1	Einführung	125
7.2	Fibonacci-Zahlen	126
7.3	Primzahlen	128
7.4	Diophantische Gleichungen	134
7.5	Die Partition von Zahlen	137
7.6	Irrationale Zahlen	140
7.7	Der Satz von Dirichlet	142
7.8	Pisot-Zahlen	144
7.9	Liouville-Zahlen	145
8	Wahrscheinlichkeitstheorie	149
8.1	Einführung	149
8.2	Das Geburtstagsproblem	150
8.3	Der Satz von Bayes	152

8.4	Die Buffonsche Nadel	153
8.5	Erwartungswert, Varianz und das Gesetz der großen Zahlen	155
8.6	Die Binomial- und die Poisson-Verteilung	159
8.7	Normalverteilung	161
9	Dynamische Systeme	165
9.1	Einführung	165
9.2	Periodische Orbits	166
9.3	Chaos	167
9.4	Konjugierte Systeme	169
9.5	Hufeisen, Solenoid und Julia-Mengen	172
9.6	Die Ergodentheorie	176
10	Vermutungen	181
10.1	Einführung	181
10.2	Das Collatz-Problem	182
10.3	Ramsey-Zahlen	182
10.4	Die Goldbachsche Vermutung	183
10.5	Primzahlzwillinge	184
10.6	Die Riemannsche Vermutung	184
10.7	Vollkommene, einsame und befreundete Zahlen	185
10.8	<i>Irrationale und transzendente Zahlen</i>	187
10.9	Normale Zahlen	189
11	Anhang	191
11.1	Mengen	191
11.2	Relationen	192
11.3	Funktionen und Folgen	193
11.4	Zahlen	194
11.5	Grundbegriffe der linearen Algebra	195
11.6	Grundbegriffe der Analysis und der Topologie	196
11.7	Maß und Integration	198
	Literatur	201
	Personenindex	205
	Sachindex	207