

Inhaltsverzeichnis

1 Mengentheoretische Grundlagen	1
1.1 Aussagen	1
1.2 Mengen und Abbildungen	3
1.3 Komposition	10
1.4 Produkte und Relationen	13
1.5 Vollständige Induktion	15
1.6 Aufgaben und Bemerkungen	21
I Differential- und Integralrechnung	25
2 Die reellen Zahlen	27
2.1 Zahlbereiche	27
2.2 Körper	29
2.3 Anordnung	35
2.4 Intervalle und beschränkte Mengen	39
2.5 Dedekind-Vollständigkeit	40
2.6 Aufgaben und Bemerkungen	43
3 Folgen und Reihen	47
3.1 Konvergenz	47
3.2 Intervallschachtelung	57

3.3	Teilfolgen	60
3.4	Reihen	61
3.5	Konvergenzkriterien für Reihen	62
3.6	Absolute Konvergenz	64
3.7	Umordnung	67
3.8	Die Exponentialreihe	71
3.9	Aufgaben	72
4	Funktionen und Stetigkeit	77
4.1	Funktionen	77
4.2	Stetige Funktionen	78
4.3	Sätze über stetige Funktionen	81
4.4	Der Logarithmus	86
4.5	Die Exponentialfunktion im Komplexen	89
4.6	Trigonometrische Funktionen	92
4.7	Aufgaben	97
5	Differentialrechnung	99
5.1	Differenzierbarkeit	99
5.2	Lokale Extrema, Mittelwertsatz	105
5.3	Die Regeln von de l'Hospital	111
5.4	Aufgaben	113
6	Integralrechnung	115
6.1	Treppenfunktionen und Integrierbarkeit	115
6.2	Riemannsche Summen	124
6.3	Hauptsatz der Infinitesimalrechnung	126
6.4	Uneigentliche Integrale	132
6.5	Aufgaben	139

7 Funktionenfolgen	141
7.1 Gleichmäßige Konvergenz	141
7.2 Potenzreihen	146
7.3 Taylor-Reihen	149
7.4 Fourier-Reihen	154
7.5 Aufgaben und Bemerkungen	159
8 Metrische Räume und Topologie	161
8.1 Metrik und Vollständigkeit	161
8.2 Metrische Topologie	166
8.3 Stetigkeit	170
8.4 Zusammenhang	173
8.5 Kompaktheit	174
8.6 Der Satz von Arzela-Ascoli	178
8.7 Normierte Vektorräume	181
8.8 Aufgaben	185
II Mehrdimensionale Reelle Analysis	187
9 Differentialrechnung im \mathbb{R}^n	189
9.1 Partielle Ableitungen	189
9.2 Totale Differenzierbarkeit	192
9.3 Taylor-Formel und lokale Extrema	198
9.4 Lokale Umkehrfunktionen	204
9.5 Implizite Funktionen	208
9.6 Aufgaben	209
10 Integration im \mathbb{R}^n	213
10.1 Parameterabhängige Integrale	213

10.2 Stetige Funktionen mit kompakten Trägern	216
10.3 Die Transformationsformel	224
10.4 Der Igelsatz	230
10.5 Aufgaben	233
11 Gewöhnliche Differentialgleichungen	237
11.1 Existenz und Eindeutigkeit	237
11.2 Lineare Differentialgleichungen	246
11.3 Aufgaben	248
12 Allgemeine Topologie	251
12.1 Abstrakte Topologie	251
12.2 Stetigkeit	254
12.3 Kompaktheit und das Lemma von Urysohn	255
12.4 Erzeuger und Abzählbarkeit	259
12.5 Initial- und Final-Topologien	261
12.6 Das Zornsche Lemma	264
12.7 Der Satz von Tychonov	266
12.8 Der Satz von Stone-Weierstraß	267
12.9 Hilbert-Räume	273
12.10 Konvergenz von Fourier-Reihen	277
12.11 Der Satz von Baire	280
12.12 Tietzes Fortsetzungssatz	281
12.13 Netze	282
12.14 Aufgaben und Bemerkungen	287
III Maß und Integration	289
13 Maßtheorie	291

13.1 σ -Algebren	291
13.2 Messbare Abbildungen	293
13.3 Maße	298
13.4 Das Lebesgue-Maß	301
13.5 Aufgaben	312
14 Integration	315
14.1 Integrale positiver Funktionen	315
14.2 Integrale komplexer Funktionen	320
14.3 Parameter und Riemann-Integrale	323
14.4 Der Rieszsche Darstellungssatz	326
14.5 Komplexwertige Maße	333
14.6 Aufgaben und Bemerkungen	334
15 L^p-Räume	337
15.1 Einige Ungleichungen	337
15.2 Vollständigkeit	339
15.3 Der Satz von Lebesgue-Radon-Nikodym	342
15.4 Aufgaben	345
16 Produktintegral	349
16.1 Vorbemerkungen	349
16.2 Produktmaße	351
16.3 Der Satz von Fubini	354
16.4 Aufgaben und Bemerkungen	357
IV Integration auf Mannigfaltigkeiten	359
17 Differentialformen	361
17.1 Mannigfaltigkeiten	361

17.2 Derivationen	365
17.3 Multilineare Algebra	369
17.4 Zurückziehen von Differentialformen	375
17.5 Aufgaben und Bemerkungen	377
18 Der Satz von Stokes	379
18.1 Orientierung	379
18.2 Teilung der Eins	383
18.3 Orientierung von Hyperflächen	385
18.4 Der Stokessche Satz für den \mathbb{R}^n	387
18.5 Holomorphe Funktionen	389
18.6 Poincaré Lemma	392
18.7 Die Stokes-Formel für Mannigfaltigkeiten	395
18.8 Der Brouwersche Fixpunktsatz	396
18.9 Aufgaben	398
A Existenz und Eindeutigkeit von \mathbb{R}	401
A.1 Existenz der reellen Zahlen	401
A.2 Eindeutigkeit	404
A.3 Dezimalzahlen	405
B Vollständigkeit	407
B.1 Cauchy-Vollständigkeit	407
Literaturverzeichnis	411
Index	412