

Inhaltsverzeichnis

I	Aufgaben	1
0	Lineare Gleichungssysteme	3
0.3	Ebenen und Geraden im Standardraum $\mathbb{R}^3$	3
0.4	Das Eliminationsverfahren von GAUSS	4
	Ergänzungsaufgaben	5
0.5	Geraden und Quadratische Kurven im $\mathbb{R}^2$	7
	Ergänzungsaufgaben	7
1	Grundbegriffe	11
1.1	Mengen und Abbildungen	11
	Ergänzungsaufgabe	12
1.2	Gruppen	12
	Ergänzungsaufgabe	13
1.3	Ringe, Körper und Polynome	14
	Ergänzungsaufgabe	15
1.4	Vektorräume	16
	Ergänzungsaufgabe	17
1.5	Basis und Dimension	17
1.6	Summen von Vektorräumen*	19
	Ergänzungsaufgabe	19
2	Lineare Abbildungen	20
2.1	Beispiele und Definitionen	20
2.2	Bild, Fasern und Kern, Quotientenvektorräume*	21
	Ergänzungsaufgabe	22
2.3	Lineare Gleichungssysteme	22
2.4	Lineare Abbildungen und Matrizen	24
2.5	Multiplikation von Matrizen	25
	Ergänzungsaufgaben	28
2.6	Koordinatentransformationen	28
2.7	Elementarmatrizen und Matrizenumformungen	29
	Ergänzungsaufgaben	30
3	Determinanten	32
3.1	Beispiele und Definitionen	32
	Ergänzungsaufgaben	33

3.2	Existenz und Eindeutigkeit	34
	Ergänzungsaufgabe	36
3.3	Minoren*	36
	Ergänzungsaufgaben	37
3.4	Determinante eines Endomorphismus und Orientierung*	37
	Ergänzungsaufgaben	38
4	Eigenwerte	39
4.1	Beispiele und Definitionen	39
	Ergänzungsaufgabe	40
4.2	Das charakteristische Polynom	40
4.3	Diagonalisierung	41
	Ergänzungsaufgabe	42
4.4	Trigonalisierung*	42
4.5	Potenzen eines Endomorphismus*	43
4.6	Die Jordansche Normalform*	44
	Ergänzungsaufgaben	46
5	Euklidische und unitäre Vektorräume	47
5.1	Das kanonische Skalarprodukt im $\mathbb{R}^n$	47
5.2	Das Vektorprodukt im $\mathbb{R}^3$	50
5.3	Das kanonische Skalarprodukt im $\mathbb{C}^n$	52
5.4	Bilinearformen und Sesquilinearformen	52
	Ergänzungsaufgaben	54
5.5	Orthogonale und unitäre Endomorphismen	58
	Ergänzungsaufgabe	59
5.6	Selbstadjungierte Endomorphismen*	59
	Ergänzungsaufgaben	60
5.7	Hauptachsentransformation*	60
	Ergänzungsaufgaben	62
6	Dualität*	63
6.1	Dualräume	63
6.2	Dualität und Skalarprodukte	63
	Ergänzungsaufgaben	64
6.3	Tensorprodukte*	64
6.4	Multilineare Algebra*	67
	Ergänzungsaufgaben	70

II	Lösungen	73
0	Lineare Gleichungssysteme	75
0.3	Ebenen und Geraden im Standardraum $\mathbb{R}^3$	75
0.4	Das Eliminationsverfahren von GAUSS	78
0.5	Geraden und Quadratische Kurven im $\mathbb{R}^2$	82
	Ergänzungsaufgaben	82
1	Grundbegriffe	88
1.1	Mengen und Abbildungen	88
	Ergänzungsaufgabe	89
1.2	Gruppen	94
1.3	Ringe, Körper und Polynome	100
1.4	Vektorräume	108
1.5	Basis und Dimension	115
1.6	Summen von Vektorräumen*	123
2	Lineare Abbildungen	128
2.1	Beispiele und Definitionen	128
2.2	Bild, Fasern und Kern, Quotientenvektorräume*	131
2.3	Lineare Gleichungssysteme	135
2.4	Lineare Abbildungen und Matrizen	139
2.5	Multiplikation von Matrizen	143
2.6	Koordinatentransformationen	154
2.7	Elementarmatrizen und Matrizenumformungen	157
3	Determinanten	161
3.1	Beispiele und Definitionen	161
3.2	Existenz und Eindeutigkeit	168
	Ergänzungsaufgabe	175
3.3	Minoren*	183
3.4	Determinante eines Endomorphismus und Orientierung*	189

4	Eigenwerte	194
4.1	Beispiele und Definitionen	194
4.2	Das charakteristische Polynom	196
4.3	Diagonalisierung	199
4.4	Trigonalisierung*	206
4.5	Potenzen eines Endomorphismus*	210
4.6	Die Jordansche Normalform*	214
5	Euklidische und unitäre Vektorräume	227
5.1	Das kanonische Skalarprodukt im $\mathbb{R}^n$	227
5.2	Das Vektorprodukt im $\mathbb{R}^3$	233
5.3	Das kanonische Skalarprodukt im $\mathbb{C}^n$	237
5.4	Bilinearformen und Sesquilinearformen	239
5.5	Orthogonale und unitäre Endomorphismen	260
5.6	Selbstadjungierte Endomorphismen*	265
5.7	Hauptachsentransformation*	269
6	Dualität*	275
6.1	Dualräume	275
6.2	Dualität und Skalarprodukte	277
6.3	Tensorprodukte*	280
6.4	Multilineare Algebra	292
	Literaturverzeichnis	303
	Sachwortverzeichnis	305
	Symbolverzeichnis	310