

# Inhaltsverzeichnis

## Teil I 2D-Bildverarbeitung

<b>1</b>	<b>Elementare Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1	Abtastung	3
1.2	Diskrete Natur von digitalen Bildern	6
1.2.1	Gittertypen	7
1.2.2	Kuriositäten im Quadratgitter	10
1.2.3	Digitale Konvexität	10
1.2.4	Silhouetten	12
1.2.5	Perkolation	16
1.3	Bildmodelle	17
1.4	Bildtransformationen	18
1.4.1	„Reine“ Grauerwerttransformationen	18
1.4.2	Polar- und Log-Polar-Darstellungen	20
1.4.3	Globale geometrische Transformationen	21
1.4.4	Praktische Durchführung der Transformationen	23
1.4.5	Beispiel OCR	24
<b>2</b>	<b>Die Operationen Faltung und Korrelation</b>	<b>27</b>
2.1	Faltung und Korrelation	27
2.1.1	Faltung	27
2.1.2	Korrelation	31
2.1.3	Ableitungen der Faltung	36
2.1.4	<i>Wrap-around effect</i> und <i>zero padding</i>	37
2.2	Zirkularmatrizen	38
2.2.1	Elementare Eigenschaften	38
2.2.2	Normabschätzungen und Stabilität	41
2.3	LSI-Operatoren	43
2.4	Faltungsgleichungen im Ortsraum	48
2.4.1	Iterative Entfaltung	48
2.4.2	Beschränkte Entfaltungskerne	49

2.5	FIR und IIR Filter . . . . .	49
2.6	Schnelle Faltungen im Ortsraum . . . . .	51
<b>3</b>	<b>Bildtransformationen . . . . .</b>	<b>53</b>
3.1	Grundlagen und Basissysteme . . . . .	53
3.2	Analoge Fouriertransformation im endlichen Intervall (AFT) . . . . .	57
3.3	Die endliche diskrete Fouriertransformation (DFT) . . . . .	60
3.4	Die Fourier-Integraltransformation (IFT) . . . . .	62
3.4.1	Integraltransformation als Grenzwert . . . . .	62
3.4.2	Integraltransformation mit stetigen Basen . . . . .	64
3.5	Die unendliche diskrete Fouriertransformation (UDFT) . . . . .	65
3.6	Fourier-Mellin-Transformation (FMT) . . . . .	66
3.7	Hilbert-Transformation (HIT) . . . . .	67
<b>4</b>	<b>Grundlegende Eigenschaften der Fouriertransformation . . . . .</b>	<b>71</b>
4.1	Bezeichnungen . . . . .	71
4.2	Nullter Fourierkoeffizient, Gleichanteil . . . . .	72
4.3	Konvergenzverhalten, Gibbssches Phänomen . . . . .	72
4.4	Linearität der Fouriertransformation . . . . .	74
4.5	Periodizität der Fourierkoeffizienten . . . . .	75
4.6	Spektrum reeller Funktionen . . . . .	77
4.7	Parsevalsche Gleichung . . . . .	77
4.8	Faltungstheorem . . . . .	78
4.9	Spektrum der Korrelationsfunktion . . . . .	80
4.10	Kohärenz . . . . .	80
4.11	Eigenwerte und Eigenfunktionen bezüglich der Faltung . . . . .	81
4.12	Normabschätzungen und Kondition . . . . .	82
4.13	Faltungs-Iterationen . . . . .	83
4.14	Reelle diskrete Fouriertransformation – Hartleytransformation . . . . .	84
4.15	Separierbarkeit der mehrdimensionalen Fouriertransformation . . . . .	86
4.16	Implementierung der inversen Fouriertransformation . . . . .	86
4.17	Verschiebungstheorem . . . . .	87
4.18	Fouriertransformierte spezieller Funktionen . . . . .	88
4.19	Spektrum der Ableitungen . . . . .	93
4.20	Periodische Bilder . . . . .	94
4.21	Fouriertransformation für komplexe Funktionen . . . . .	96
4.21.1	Blockmatching . . . . .	96
4.21.2	Trigonometrische Interpolation . . . . .	97
4.21.3	Trigonometrische Approximation . . . . .	98
4.21.4	Trigonometrisches Ellipsenfitting . . . . .	99
4.21.5	Normalisierung von Punktmengen . . . . .	101
4.21.6	Fourierdeskriptoren und Translationen . . . . .	104

4.21.7	Fourierdeskriptoren und isotrope Skalierungen . . . . .	104
4.21.8	Fourierdeskriptoren für Rotation und Startpunktwahl . . . . .	105
4.21.9	Fourierdeskriptoren in der Praxis . . . . .	107
4.22	Cepstrum . . . . .	109
4.23	Modifizierte diskrete Fouriertransformationen (MDFT) . . . . .	110
4.24	Diskrete Kosinus Transformation (DCT) . . . . .	112
4.25	Unschärferelation . . . . .	115
4.26	Affine Transformationen . . . . .	116
4.27	Lokales Energiemodell . . . . .	118
4.27.1	Lokale Energie . . . . .	118
4.27.2	Phasenkongruenz . . . . .	119
4.27.3	Funktionen mit hoher Phasenkongruenz . . . . .	121
<b>5</b>	<b>Abtasttheoreme . . . . .</b>	<b>123</b>
5.1	Abtasttheorem im endlichen Intervall . . . . .	123
5.2	Abtasttheorem für das unendliche Bildmodell . . . . .	129
5.3	Abtasttheorem für 2D-Signale . . . . .	133
5.4	Anwendungen des Abtasttheorems . . . . .	134
5.4.1	Verkleinern von Bildern (Shrinking) . . . . .	134
5.4.2	Vergrößern von Bildern (Zooming, Superresolution) . . . . .	134
5.4.3	Superresolution und Bildrestauration . . . . .	139
5.4.4	Bemerkungen zum Abtasttheorem . . . . .	142
5.4.5	Pyramiden . . . . .	145
<b>6</b>	<b>Orts-Frequenz-Darstellungen . . . . .</b>	<b>147</b>
6.1	Der Leck-Effekt (Leakage effect) . . . . .	147
6.2	Das komplexe Spektrogramm . . . . .	148
6.3	Wigner-Ville-Orts-Frequenz-Darstellung . . . . .	151
6.4	Gabor-Filter . . . . .	152
6.5	Quadratur-Filter (Energie-Filter) . . . . .	153
<b>7</b>	<b>Filterentwurf im Frequenzraum . . . . .</b>	<b>155</b>
7.1	Tiefpassfilter . . . . .	155
7.2	Unschärfe Maskierung (Unsharp Masking) . . . . .	156
7.3	Pruning-Filter . . . . .	158
7.4	Homorphe Filter . . . . .	158
7.5	DoB-Filter . . . . .	158
7.6	Scharfe Bilder (Fokussierung) . . . . .	161
<b>8</b>	<b>Filter im Ortsraum . . . . .</b>	<b>165</b>
8.1	Lineare und verschiebungsinvariante Filter . . . . .	165
8.1.1	Berechnung der Filterkoeffizienten . . . . .	165
8.1.2	Implementierung von LSI-Filtern . . . . .	169

8.2	Nichtlineare Filter	170
8.2.1	Funktionen von LSI-Filtern	171
8.2.2	Richtungsfilter	174
8.2.3	Relaxationsfilter	176
8.2.4	Morphologische Filter	176
8.2.5	Rangordnungsfiler	180
9	Stochastische Bildsignale	183
9.1	Grundbegriffe der Informationstheorie	183
9.2	Statistiken $n$ -ter Ordnung	189
9.3	Rauschmodelle	190
9.3.1	Rauschminderung mit mehreren Aufnahmen	192
9.3.2	Rauschen und Bilddatenkompression	193
9.4	Energiefunktionen	193
9.5	Bildrestauration	195
9.5.1	Invers-Filter	196
9.5.2	Restauration unter Zwang	196
9.5.3	Wiener-Hellstrom-Optimal-Filter	199
9.5.4	Richardson-Lucy-Algorithmus	202
9.5.5	Bewegungsunschärfe ( <i>motion blur</i> )	203
9.5.6	Wellenfront Kodierung ( <i>wavefront coding</i> )	209
9.5.7	Kodierte Apertur ( <i>coded aperture imaging</i> )	209
10	Bildsegmentierung	211
10.1	Thresholding	212
10.2	Konturfolgeverfahren bei binärer Quantisierung	213
10.3	Konturfolgeverfahren bei lokaler ternärer Quantisierung	215
10.4	Konturfolgeverfahren bei beliebigen Punktmengen	218
10.5	<i>Seeded region growing</i>	220
10.6	Anwendung in der Biofilmanalyse	221
10.7	Liniendetektion	222
10.7.1	Dynamische Programmierung	222
10.7.2	Dijkstras Algorithmus	226
10.7.3	Graphbasierte Methoden	229
10.8	Akkumulations- oder Votingmethoden	231
10.8.1	Primale Voting-Methode zur Detektion von Geraden	231
10.8.2	Duale Voting-Methode: Hough-Transformation	233
10.8.3	Zeit- und Speicher-Effizienz	234
10.8.4	Hough-Transformation und Konvexgeometrie	235
10.8.5	Verallgemeinerungen	237

<b>11</b>	<b>Farbbildverarbeitung</b>	<b>241</b>
11.1	Spektrale Farben	242
11.2	Visuelle Farbwahrnehmung	243
11.3	Farbtafeln	244
11.4	Farbmodelle	246
11.4.1	Technikorientierte Farbmodelle	246
11.4.2	Wahrnehmungsorientierte Farbmodelle	249
11.5	Operationen auf Farbbildern	250
<b>12</b>	<b>Texturen</b>	<b>253</b>
12.1	Einführung	253
12.2	Elementare statistische Merkmale	255
12.3	Autoregressive Prozesse (AR)	256

## Teil II 3D-Bildverarbeitung

<b>13</b>	<b>3D-Geometrie</b>	<b>261</b>
13.1	Geometrische Transformationen und homogene Koordinaten	261
13.1.1	Geometrische Transformationen in der Ebene	261
13.1.2	Homogene Koordinaten	263
13.2	Beschreibung von 3D-Rotationen	269
13.2.1	Beschreibung durch Rotationsmatrizen	269
13.2.2	Bestimmung der Drehachse und des Drehwinkels	272
13.2.3	Drehmatrix aus Drehachse und Drehwinkel	273
13.2.4	Beschreibung von 3D-Rotationen durch Quaternionen	273
13.2.5	Exponentielle Form einer Quaternion	279
13.2.6	Quaternionen über komplexen Zahlen	280
13.2.7	Dot-Produkte	281
13.2.8	Beispiele	281
13.2.9	Kanonisch exponentielle Darstellung einer Drehmatrix	283
13.2.10	Vor- und Nachteile	286
13.2.11	Eine Anwendung zur Bestimmung einer Rotation	286
13.2.12	Duale Zahlen, Duplex-Zahlen	288
13.2.13	Duale Quaternionen	289
13.2.14	Euklidische Transformationen und duale Quaternionen	290
<b>14</b>	<b>Geometrie der Abbildungsprozesse</b>	<b>293</b>
14.1	Kameramodelle	293
14.1.1	Orthografische Projektion	294
14.1.2	Skalierte orthografische Projektion	294
14.1.3	Anisotrop skalierte orthografische Projektion	295
14.1.4	Affine Kamera	296

14.1.5	Spezielle affine Kameras . . . . .	296
14.1.6	Pinhole camera . . . . .	296
14.1.7	Pinhole camera – Erweiterung 1 . . . . .	302
14.1.8	Pinhole camera – allgemeiner Fall . . . . .	302
14.1.9	Normalisierte Koordinaten . . . . .	303
14.1.10	Homographien . . . . .	304
14.1.11	Kamerainvarianten . . . . .	304
14.1.12	Homogene Koordinaten via Kartesische Koordinaten . . . . .	308
14.2	Bewegung der Kamera . . . . .	310
14.3	Invarianten . . . . .	312
14.3.1	Punktinvarianten . . . . .	312
14.3.2	Flächeninvarianten . . . . .	317
14.3.3	Invarianten von Punkten, Geraden, Kurven . . . . .	319
14.4	Epipolargeometrie . . . . .	322
14.4.1	Zusammenhang über die Projektionsmatrizen . . . . .	324
14.4.2	Zusammenhang über die Epipolartransformation . . . . .	326
14.4.3	Zusammenhang über die <i>Essential</i> Matrix . . . . .	328
14.4.4	Spezialfall: 3D-Punkte liegen in einer Ebene . . . . .	334
14.4.5	Berechnung der Fundamentalmatrix . . . . .	335
15	<b>Kamerakalibrierung . . . . .</b>	339
15.1	Direkte Kalibrierung . . . . .	339
15.2	Selbstkalibrierung . . . . .	343
15.2.1	Allgemeines . . . . .	343
15.2.2	Planare Kalibrierung nach Zhang . . . . .	347
15.2.3	Tomasi und Kanade: Schwache Perspektive . . . . .	352
15.2.4	Tomasi und Kanade: Perspektive . . . . .	355
15.3	Kalibrierung mit der E-Matrix . . . . .	356
15.4	Kameraparameter aus der Projektionsmatrix . . . . .	356
15.5	Verzeichnungen . . . . .	357
16	<b>3D-Rekonstruktion . . . . .</b>	363
16.1	Rekonstruktion aus Projektionen . . . . .	363
16.2	Rekonstruktion der 3D-Struktur von polyedrischen Objekten . . . . .	367
16.2.1	<i>Weak perspective camera</i> . . . . .	367
16.2.2	Affine Kamera . . . . .	369
16.2.3	<i>Pinhole camera</i> . . . . .	370
16.3	Triangulation von Raumpunkten . . . . .	376
16.4	Bestimmung der Punktkorrespondenzen . . . . .	378
16.5	Eine einfache, praktische 3D-Vermessungsaufgabe . . . . .	380
16.6	Aktives Sehen . . . . .	383
16.6.1	Projektion von Lichtstrahlen . . . . .	383

16.6.2	Projektion mit Lichtebenen . . . . .	383
16.6.3	Codierter Lichtansatz (Coded Light Approach) . . . . .	384
16.6.4	Moire-Technik . . . . .	387
16.6.5	Phasenshift-Verfahren . . . . .	390
16.6.6	Profilometrie . . . . .	393
16.6.7	Statistische Muster . . . . .	394
16.6.8	Shape from focus/defocus . . . . .	395
16.7	Photometrische Methoden der Rekonstruktion . . . . .	398
16.7.1	Beleuchtung und Reflexion . . . . .	398
16.7.2	Shape from Shading . . . . .	400
16.8	Monokulare Rekonstruktion . . . . .	403
16.8.1	Siebanalyse . . . . .	403
16.8.2	Planare Vierecke . . . . .	406
16.8.3	Rechtecke . . . . .	408
16.8.4	Kugeln . . . . .	410
16.8.5	Kreisscheiben . . . . .	411
17	<b>Tensoren in der Bildverarbeitung</b> . . . . .	415
17.1	Grundbegriffe der Tensoralgebra . . . . .	415
17.1.1	Vektorraum $V$ . . . . .	415
17.1.2	Einsteinsche Summenschreibweise . . . . .	416
17.1.3	Dualer Vektorraum $V^*$ . . . . .	416
17.1.4	Multilineare Vektorfunktionen . . . . .	417
17.1.5	Multilineare Vektorabbildungen . . . . .	418
17.1.6	Wechsel des Koordinatensystems . . . . .	419
17.1.7	Tensoren . . . . .	420
17.2	Allgemeine Tensoren . . . . .	423
17.2.1	Tensoralgebra . . . . .	423
17.2.2	$m$ -Vektoren . . . . .	432
17.2.3	Rang von Tensoren . . . . .	433
17.2.4	Zerlegung von Tensoren . . . . .	435
17.3	Der Euklidische Raum . . . . .	436
17.4	Tensorfelder . . . . .	438
17.5	Anwendungen in der Bildverarbeitung . . . . .	440
17.5.1	Der trifokale Tensor . . . . .	440
17.5.2	Der Strukturtensor . . . . .	443

### Teil III Objekterkennung

18	<b>Maschinelles Lernen</b> . . . . .	449
18.1	Grundprinzipien des maschinellen Lernens . . . . .	449
18.1.1	Funktionale Modellierung . . . . .	451

18.1.2	Stochastische Modellierung . . . . .	451
18.1.3	Diskriminative und generative Klassifikatoren . . . . .	452
18.2	Herausforderungen des Maschinellen Lernens . . . . .	454
18.2.1	Modellkomplexität, Überanpassung und Generalisierung . . .	454
18.2.2	Lernen mit wenigen Beispielen . . . . .	455
18.3	Statistische Schätzer . . . . .	456
18.3.1	Maximum-Likelihood und Maximum-A-Posteriori-Schätzung	456
18.3.2	Bayes-Ansätze und Marginalisierung . . . . .	458
18.3.3	MMSE-Schätzer . . . . .	459
18.3.4	Kombination von Modellen mit Bagging . . . . .	460
18.4	Klassifikatoren . . . . .	461
18.4.1	Nächster-Nachbar-Klassifikator . . . . .	462
18.4.2	Normalverteilungsklassifikator . . . . .	464
18.4.3	Entscheidungsbäume . . . . .	466
18.4.4	Randomisierte Entscheidungsbäume . . . . .	468
18.4.5	Boosting . . . . .	470
18.4.6	Support-Vektor-Klassifikator . . . . .	473
18.5	Kernelbasierte Klassifikation . . . . .	478
18.5.1	Kernelfunktionen und nichtlineare Klassifikation . . . . .	478
18.5.2	Mercer-Bedingung und Konstruktion von Kernelfunktionen .	481
18.5.3	Kerneldichteschätzung und Parzen-Klassifikator . . . . .	484
18.5.4	Support-Vektor-Klassifikator mit Kernelfunktionen . . . . .	486
18.5.5	Modellierung mit Gauß-Prozessen . . . . .	490
18.5.6	Gauß-Prozess-Regression . . . . .	495
18.5.7	Klassifikation mit Gauß-Prozessen . . . . .	498
18.5.8	Laplace-Approximation . . . . .	499
18.5.9	Zusammenhang zum SVM Ansatz . . . . .	500
18.5.10	Mehrklassen-Klassifikation . . . . .	502
18.5.11	Hyperparameter-Schätzung . . . . .	503
18.6	Bewertung von Klassifikatoren . . . . .	504
18.6.1	Wahl der Testbeispiele . . . . .	504
18.6.2	Erkennungsraten bei mehreren Klassen . . . . .	505
18.6.3	Bewertung von binären Klassifikatoren . . . . .	506
18.7	Unüberwachte Verfahren und Gruppierung . . . . .	508
18.7.1	Gruppierung mit $k$ -Means . . . . .	509
18.7.2	Schätzung von Mischverteilungen . . . . .	510
19	<b>Momente, Matching und Merkmale . . . . .</b>	<b>515</b>
19.1	Momente . . . . .	515
19.2	Transformation der Momente . . . . .	520
19.3	Normalisierung der Momente . . . . .	522
19.4	Kovariante Merkmale, Verfahren und Umgebungen . . . . .	524



19.5	Invarianten und Momente	527
19.5.1	Erweiterte Hu-Invarianten (Rotationen)	527
19.5.2	Invarianten für Euklidische Transformationen	528
19.5.3	Invarianten für Ähnlichkeitstransformationen	529
19.5.4	Invarianten für affine Transformationen	529
19.6	Gestaltsanalyse mit momentenbasiertem Fitting	530
19.7	Effiziente Berechnung von Konturmerkmalen	535
19.7.1	Elementare Konturmerkmale	535
19.7.2	Berechnung der Momente	539
19.8	Matching	541
19.8.1	Matchingmaße	542
19.8.2	Histogrammbasierte Matchingmaße	544
19.8.3	Signaturen	546
19.8.4	Matching und Registrierung	547
19.9	Lokale Merkmale und Häufigkeitshistogramme	571
19.9.1	Detektor nach Kadir und Brady	572
19.9.2	SIFT-Merkmale	572
19.9.3	HOG-Merkmale	575
19.9.4	Local Binary Patterns (LBP)	576
19.9.5	Statistiken von lokalen Merkmalen	577
19.9.6	Schnelle Berechnungen mit Integralbildern	579
19.10	Transformation von Merkmalen	580
19.10.1	<i>Principal Component Analysis</i> (PCA)	580
19.10.2	Faktorenanalyse	585
20	<b>Visuelle Erkennungsaufgaben</b>	589
20.1	Herausforderungen der visuellen Objekterkennung	589
20.2	Bildklassifikation	591
20.2.1	Kategorisierung mit globalen Merkmalen	591
20.2.2	Kernelbasierte Kombination von mehreren Merkmalen	595
20.2.3	Kombinierte Merkmalsberechnung und Klassifikation	596
20.2.4	Erkennung auf Instanzebene	597
20.3	Objektlokalisierung	598
20.3.1	Sliding-Window Klassifikation	599
20.3.2	Viola-und-Jones-Verfahren	600
20.3.3	Fusion von Objekthypothesen	604
20.3.4	HOG Detektor	605
20.3.5	Teilebasierte Verfahren	606
20.4	Semantische Segmentierung	607
20.4.1	Klassifikation lokaler Deskriptoren	607
20.4.2	Klassifikation mit effizienten Pixelmerkmalen	609
20.4.3	Iterative Verwendung von Kontextmerkmalen	611

**Teil IV Mathematische Hilfsmittel**

<b>21</b>	<b>Ausgleichsrechnung</b>	<b>617</b>
21.1	Quadratische Formen und Eigenwertprobleme	617
21.2	Ausgleichsrechnung	620
21.2.1	Lineare Ausgleichsrechnung	620
21.2.2	Nichtlineare Ausgleichsrechnung	625
21.2.3	Kovariantes Fitting	630
21.2.4	Ausreißer-Probleme (Outlier)	633
21.2.5	Andere Schätzer (LAD)	636
<b>22</b>	<b>Lineare Algebra und Stochastik</b>	<b>639</b>
22.1	Pseudoinverse	639
22.2	Regularisierung nach Tichonov und Arsenin	644
22.3	Singulärwertzerlegung (SVD)	645
22.3.1	Grundlagen	645
22.3.2	Anwendungen	647
22.4	Blockmatrizen	649
22.5	Normalverteilungen	651
	<b>Literatur</b>	<b>653</b>
	<b>Sachverzeichnis</b>	<b>659</b>