

Inhaltsverzeichnis

1	Reelle Zahlen	1
1.1	Grundlagen aus der Logik	1
1.2	Aus der Mengenlehre	5
1.3	Abbildungen	8
1.4	Der Weg von \mathbb{N} nach \mathbb{R}	11
1.5	Arithmetische Eigenschaften in \mathbb{R}	12
1.6	Ordnungsaxiome und Ungleichungen	16
1.7	Vollständige Induktion	20
1.8	Vollständigkeitsaxiom	24
1.9	Noble Zahlen	25
1.10	Maschinenzahlen	28
2	Komplexe Zahlen und Polynome	31
2.1	Mathematische Motivation und Definition	31
2.2	Elementare Rechenoperationen in \mathbb{C}	32
2.3	Polardarstellung komplexer Zahlen	36
2.4	Polynome	43
2.5	Nullstellen und Zerlegung von Polynomen	45
2.6	Polynominterpolation	51
3	Zahlenfolgen und -reihen	61
3.1	Grenzwerte von Zahlenfolgen	61
3.2	Grenzwertsätze und Teilfolgen	66
3.3	Konvergenzkriterien für Zahlenreihen	72
3.4	Produktreihen	82
4	Lineare Algebra – Vektoren und Matrizen	89
4.1	Lineare Gleichungssysteme	89
4.2	Vektorrechnung und der Begriff des Vektorraums	110
4.3	Untervektorräume	112
4.4	Linearkombination	117

4.5	Dimension und Basis	121
4.6	Affine Unterräume (Untermannigfaltigkeiten)	126
4.7	Skalarprodukte in \mathbb{R}^n : Winkel und Längen	130
4.8	Orthogonalkomplemente und geometrische Anwendungen	136
4.9	Lineare Abbildungen, Kern und Bild	149
4.10	Das Matrizenprodukt	156
4.11	Das Tensorprodukt und Anwendungen	163
4.12	Die inverse Matrix	170
4.13	Spezielle Matrizen	175
4.14	Lineare Ausgleichsprobleme	184
4.15	Determinanten	187
4.16	Determinanten zur Volumenberechnung	192
4.17	Determinanten und die CRAMER'sche Regel	195
4.18	Das Vektorprodukt	201
4.19	Das Eigenwertproblem	205
5	Reelle Funktionen einer reellen Veränderlichen	225
5.1	Elementare Funktionen	225
5.2	Grenzwerte von Funktionen einer reellen Veränderlichen	233
5.3	Uneigentliche Grenzwerte von Funktionen einer reellen Veränderlichen	240
5.4	Stetigkeit von Funktionen einer reellen Veränderlichen	244
5.5	Eigenschaften stetiger Funktionen	252
5.6	Monotone Funktionen, Umkehrfunktionen	259
5.7	Umkehrung der Exponentialfunktion – Logarithmus	264
5.8	Umkehrung der x -Potenzen – n -te Wurzeln	271
5.9	Umkehrung der Winkelfunktionen – zyklometrische Funktionen	279
5.10	Umkehrung der Hyperbelfunktionen – Area-Funktionen	284
6	Differentialrechnung in \mathbb{R}	289
6.1	Der Ableitungsbegriff	289
6.2	Ableitungen elementarer Funktionen	295
6.3	Ableitungsregeln	299
6.4	Ableitungen komplexwertiger Funktionen	311
6.5	Höhere Ableitungen	312
6.6	Ableitungen von vektorwertigen Funktionen	320
6.7	Der Mittelwertsatz der Differentialrechnung	326
6.8	Die Regeln von L'HOSPITAL	333
6.9	Der Satz von TAYLOR	339
6.10	Extremwerte, Kurvendiskussion	350
6.11	Nullstellen und Fixpunkte	366
6.12	Numerische Differentiation	377

7	Integration von Funktionen in \mathbb{R}	383
7.1	Stammfunktionen und Integration	383
7.2	Integrationsregeln	387
7.3	Das RIEMANN-Integral	402
7.4	Uneigentliche Integrale	410
7.5	Das Integralvergleichskriterium von CAUCHY	417
7.6	Integral-Restglied der TAYLOR-Formel	420
7.7	Anwendungen der Integralrechnung	423
8	Funktionenfolgen und Funktionenreihen	435
8.1	Potenzreihen	435
8.2	Gleichmäßige Konvergenz	441
	Literatur	451