

# Inhaltsverzeichnis

|           |  |           |
|-----------|--|-----------|
| <b>I</b>  | <b>Grundlagen der Graphentheorie</b>                     | <b>13</b> |
| <b>1</b>  | <b>Grundbegriffe der Graphentheorie</b>                  | <b>15</b> |
| 1.1       | Grundbegriffe für Graphen                                | 16        |
| 1.1.1     | Definition eines Graphen                                 | 16        |
| 1.1.2     | Grad eines Knotens                                       | 18        |
| 1.1.3     | Wege und Kreise  | 21        |
| 1.2       | Typen von Graphen  | 23        |
| 1.2.1     | Vollständige Graphen                                     | 23        |
| 1.2.2     | Bipartite Graphen  | 26        |
| 1.2.3     | Gerichtete Graphen und Multigraphen                      | 28        |
| 1.2.4     | Bewertete Graphen  | 29        |
| 1.2.5     | Bäume und Wälder   | 33        |
| 1.2.6     | Gozinto-Graphen  | 36        |
| <b>2</b>  | <b>Das Kürzeste-Wege-Problem in unbewerteten Graphen</b> | <b>39</b> |
| 2.1       | Aufspannende Bäume                                       | 39        |
| 2.2       | Breitensuche   | 41        |
| 2.3       | Tiefensuche  | 44        |
| 2.4       | Anwendungen in der Praxis                                | 47        |
| <b>3</b>  | <b>Das Kürzeste-Wege-Problem in bewerteten Graphen</b>   | <b>52</b> |
| 3.1       | Der Kürzeste-Wege-Baum und die kombinatorische Explosion | 52        |
| 3.2       | Der Algorithmus von Dijkstra                             | 56        |
| <b>II</b> | <b>Ausgewählte Probleme der Graphentheorie</b>           | <b>64</b> |
| <b>4</b>  | <b>Das Problem minimal aufspannender Bäume</b>           | <b>66</b> |
| 4.1       | Minimal aufspannender Baum                               | 66        |
| 4.2       | Algorithmus von Kruskal                                  | 68        |
| 4.3       | Algorithmus von Prim                                     | 71        |

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>5</b>   | <b>Matching-Probleme</b>                                   | <b>74</b>  |
| 5.1        | Definition von Matchings                                   | 74         |
| 5.2        | Matchings für bipartite Graphen                            | 76         |
| 5.3        | Maximal-Matching-Algorithmen                               | 78         |
| 5.3.1      | Greedy-Matching-Algorithmus                                | 79         |
| 5.3.2      | Verbessernde Wege  | 80         |
| <b>6</b>   | <b>Das Problem des chinesischen Postboten</b>              | <b>83</b>  |
| 6.1        | Euler-Kreise und Euler-Wege                                | 83         |
| 6.2        | Postbotenproblem   | 90         |
| <b>7</b>   | <b>Das Problem des Handlungsreisenden</b>                  | <b>95</b>  |
| 7.1        | Hamilton-Kreise und Hamilton-Wege                          | 95         |
| 7.1.1      | Existenz von hamiltonschen Graphen                         | 97         |
| 7.1.2      | Problem des Handlungsreisenden                             | 98         |
| 7.2        | Heuristiken  | 100        |
| 7.3        | Anwendungen in der Praxis                                  | 104        |
| <b>8</b>   | <b>Färbungsprobleme</b>                                    | <b>110</b> |
| 8.1        | Planarität und Satz von Euler                              | 110        |
| 8.2        | Knotenfärbung  | 115        |
| 8.3        | Kantenfärbung  | 120        |
| 8.4        | Dualität zwischen Knoten- und Kantenfärbung                | 122        |
| <b>III</b> | <b>Netzwerktheorien und -modelle</b>                       | <b>124</b> |
| <b>9</b>   | <b>Netzwerktheorie – Bedeutung und neuere Erkenntnisse</b> | <b>126</b> |
| 9.1        | Große Netzwerke in der Praxis                              | 126        |
| 9.1.1      | Interorganisations-Netzwerke                               | 127        |
| 9.1.2      | Beziehungs-, Freundschafts- und soziale Netzwerke          | 128        |
| 9.1.3      | Informations-, Daten- und Wissensnetzwerke                 | 129        |
| 9.1.4      | Technologische Netzwerke                                   | 132        |
| 9.1.5      | Biologische Netzwerke                                      | 134        |
| 9.2        | Ausgewählte Erkenntnisse der Netzwerkforschung             | 135        |
| 9.2.1      | Forschung im Bereich sozialer Netzwerke                    | 136        |
| 9.2.2      | Cluster als Kennzeichen sozialer Netzwerke                 | 137        |
| 9.2.3      | Kurze Wege als Kennzeichen sozialer Netzwerke              | 139        |
| 9.2.4      | Skalen-Invarianz als Kennzeichen großer Netzwerke          | 140        |

|  |     |
|--|-----|
| 9.2.5 Universalität als Kennzeichen großer Netzwerke ..... | 143 |
| 9.3 Weiterführende Literatur .....                         | 145 |

## **10 Eigenschaften von Netzwerken .....146**

|   |     |
|---|-----|
| 10.1 Charakterisierung von Netzwerken auf Knoten-Ebene .....          | 146 |
| 10.1.1 Unterscheidung von Hubs und Authorities .....                  | 146 |
| 10.1.2 Lokaler Cluster-Koeffizient .....                              | 147 |
| 10.1.3 Zentralitätsmaße eines Knotens .....                           | 148 |
| 10.2 Charakterisierung von Netzwerken auf Teilgraphen-Ebene .....     | 150 |
| 10.2.1 Verfahren zum Auffinden zusammenhängender Komponenten .....    | 152 |
| 10.2.2 Algorithmen zum Auffinden von Communities .....                | 153 |
| 10.2.3 Klassifizierende Verfahren zum Auffinden von Communities ..... | 154 |
| 10.3 Charakterisierung von Netzwerken mit statistischen Größen .....  | 156 |
| 10.3.1 Mittlerer Knotengrad und durchschnittliche Netzwerkichte ..... | 157 |
| 10.3.2 Häufigkeitsverteilung der Kontengrade .....                    | 158 |
| 10.3.3 Der Durchmesser und die mittlere Pfadlänge des Netzwerks ..... | 160 |
| 10.3.4 Der globale Cluster-Koeffizient ( $C$ ) eines Netzwerks .....  | 161 |
| 10.4 Weiterführende Literatur .....                                   | 161 |

## **11 Entstehung von Netzwerken – Netzwerkmodelle .....162**

|  |     |
|--|-----|
| 11.1 Erzeugung von Netzwerken mit Gleich- oder Binomialverteilung .....  | 163 |
| 11.1.1 Erzeugung von Gittergraphen mit deterministischen Regeln .....  | 163 |
| 11.1.2 Erzeugung eines Erdős-Renyi-Zufallsgraphen .....  | 165 |
| 11.1.3 Erzeugung des Watts-Strogatz-Modells – zwischen Kreis- und Zufallsgraph .....                             | 170 |
| 11.2 Erzeugung von Netzwerken mit skalenfreier Verteilung .....  | 174 |
| 11.2.1 Erzeugung eines skalenfreien Netzwerks durch das Wachstumsmodell ..                                       | 174 |
| 11.2.2 Erzeugung eines skalenfreien Netzwerks mit dem Barabasi-Albert-Modell des „Preferential Attachment“ ..... | 175 |
| 11.2.3 Erweiterungen des Barabasi-Albert-Modells .....   | 178 |
| 11.3 Weiterführende Literatur .....  | 181 |

## **12 Dynamische Prozesse auf großen Netzwerken .....182**

|  |     |
|--|-----|
| 12.1 Robustheit von Netzwerken .....                   | 182 |
| 12.1.1 Relevanz und Erscheinungsformen .....           | 182 |
| 12.1.2 Wesentliche Modelle und Lösungsverfahren .....  | 185 |
| 12.1.3 Zusammenfassung wesentlicher Erkenntnisse ..... | 187 |

|   |     |
|---|-----|
| 12.2 Epidemische Ausbreitung in Netzwerken .....                | 187 |
| 12.2.1 Relevanz und Erscheinungsformen .....                    | 188 |
| 12.2.2 Wesentliche Modelle und Lösungsverfahren .....           | 190 |
| 12.2.3 Homogene Modelle zur Beschreibung der Ausbreitung.....   | 191 |
| 12.2.4 Netzwerkmodelle zur Beschreibung der Ausbreitung .....   | 193 |
| 12.2.5 Impfung in heterogenen Netzwerken .....                  | 194 |
| 12.2.6 Zusammenfassung wesentlicher Erkenntnisse .....          | 197 |
| 12.3 Suche in Netzwerken .....                                  | 197 |
| 12.3.1 Relevanz und Erscheinungsformen .....                    | 198 |
| 12.3.2 Wesentliche Modelle und Lösungsverfahren .....           | 198 |
| 12.3.3 Zusammenfassung wesentlicher Erkenntnisse .....          | 201 |
| 12.4 Transportprozesse in Netzwerken .....                      | 201 |
| 12.4.1 Datenverkehr und Datenstau in Netzwerken .....           | 202 |
| 12.4.2 Kaskaden in Transportnetzwerken .....                    | 205 |
| 12.4.3 Zusammenfassung wesentlicher Erkenntnisse .....          | 209 |
| 12.5 Kollektives Verhalten in Netzwerken .....                  | 209 |
| 12.5.1 Meinungsbildung in Netzwerken – Das Voting-Modell.....   | 210 |
| 12.5.2 Informationskaskaden in Netzwerken .....                 | 211 |
| 12.5.3 Spieltheorie in Netzwerken.....                          | 213 |
| 12.5.4 Zusammenfassung wesentlicher Erkenntnisse .....          | 215 |
| 12.6 Dynamische Prozesse in Netzwerken – Forschungsbedarf ..... | 215 |
| 12.7 Weiterführende Literatur.....                              | 216 |

## **13 Softwarebasierte Analyse und Modellierung großer Netzwerke 217**

|  |     |
|--|-----|
| 13.1 Die Modellbildung als Forschungsprozess .....               | 217 |
| 13.1.1 Formulierung der Forschungsfrage .....                    | 218 |
| 13.1.2 Formulierung der Forschungshypothesen .....               | 218 |
| 13.1.3 Festlegung der Modellstruktur .....                       | 219 |
| 13.1.4 Implementierung und Verifikation des Modells.....         | 220 |
| 13.1.5 Analyse und Validierung des Modells .....                 | 221 |
| 13.1.6 Ergebnisdarstellung zur Entscheidungsunterstützung .....  | 221 |
| 13.2 Softwarebasierte Analyse und Visualisierung.....            | 222 |
| 13.2.1 Vorgehen bei der Datenbeschaffung und Datenimport .....   | 223 |
| 13.2.2 Softwarebasierte Erzeugung von Netzwerken .....           | 225 |
| 13.2.3 Grundlagen der Visualisierung und des Graphzeichnens..... | 226 |
| 13.2.4 Softwarebasierte Analyse großer Netzwerke .....           | 228 |

---

|   |            |
|---|------------|
| 13.3 Softwarebasierte Simulation dynamischer Prozesse in Netzwerken .....           | 231        |
| 13.3.1 Vergleich verschiedener Simulationsmodelle .....                             | 231        |
| 13.3.2 Agentenbasierte Simulationsmodelle auf regulären Netzwerken .....            | 233        |
| 13.3.3 Simulation des Wachstums von Netzwerken .....                                | 235        |
| 13.3.4 Simulation dynamischer Prozesse in Netzwerken .....                          | 236        |
| 13.3.5 Simulation dynamischer Prozesse auf dynamischen Netzwerken .....             | 238        |
| 13.3.6 Generierung von Simulationsdaten und Durchsuchen des Lösungs-<br>raums ..... | 239        |
| 13.4 Schlussbetrachtung zur softwarebasierten Modellierung .....                    | 240        |
| 13.5 Weiterführende Literatur .....   | 241        |
| <b>Literaturverzeichnis .....</b>   | <b>242</b> |
| <b>Bildnachweise .....</b>  | <b>247</b> |
| <b>Sachwortverzeichnis .....</b>  | <b>248</b> |