

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
Elementare Grundlagen	1
1 Grundkenntnisse der Arithmetik und analytischen Geometrie	1
1.1 Zahlenbereiche, Grundrechenarten	2
1.2 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen	12
1.3 Indizierung, Summen, Produkte	17
1.4 Kombinatorik	23
1.5 Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen	31
1.6 Analytische Geometrie der Ebene	42
1.7 Grundlagen der Trigonometrie	55
1.8 Komplexe Zahlen	62
1.9 Gleichungen höheren Grades	68
Formale Grundlagen	81
2 Aussagenlogik	81
2.1 Aussagen und ihre Verknüpfungen	82
2.2 Allaussagen, Existenzaussagen	94
2.3 Mathematische Beweisführung	96
3 Mengen	107
3.1 Einführung und Darstellungsformen	108
3.2 Schnitt- und Vereinigungsmengen	114
3.3 Differenzmengen	119
4 Binäre Relationen	125
4.1 Einführung und Darstellungsformen	125
4.2 Inverse und zusammengesetzte Relationen	130
4.3* Ordnungseigenschaften von Mengen	134
4.4* Äquivalenzrelationen	137
4.5* Präordnungen	140

Analysis von Funktionen einer Variablen	151
5 Reelle Funktionen einer Variablen	151
5.1 Funktionen als spezielle Relationen	151
5.2 Beispiele für reelle Funktionen einer Variablen	159
5.3 Eigenschaften reeller Funktionen	166
6 Elementare reelle Funktionen	175
6.1 Polynome	175
6.2 Rationale Funktionen	179
6.3 Potenz- und Wurzelfunktionen	186
6.4 Exponential- und Logarithmusfunktionen	188
6.5 Trigonometrische Funktionen	193
7 Grenzwerte und Stetigkeit	199
7.1 Unendliche Zahlenfolgen	199
7.2 Grenzwerte reeller Funktionen	210
7.3 Stetige Funktionen	213
7.4 Zwischenwertsatz	221
8 Differentiation von Funktionen einer Variablen	225
8.1 Differenzenquotient und Differentiation	226
8.2 Differentiationsregeln	231
8.3 Differentialquotienten elementarer Funktionen	234
8.4 Differentialquotienten höherer Ordnung	239
8.5 Änderungsraten und Elastizitäten	242
9 Kurvendiskussion	249
9.1 Monotonie und Konvexität	249
9.2 Extremwertbestimmung	258
9.3 Approximation reeller Funktionen durch Polynome	267
10 Integration von Funktionen einer Variablen	279
10.1 Das unbestimmte Integral	280
10.2 Bestimmtes Integral und Flächenberechnung	292
10.3 Uneigentliche Integrale	309
Lineare Algebra	315
11 Matrizen und Vektoren	315
11.1 Einführende Bemerkungen zur Schreibweise	316
11.2 Regeln der Addition und Subtraktion	324
11.3 Regeln der Multiplikation	330

12 Punktmengen im \mathbb{R}^n	341
12.1 Absolutbetrag von Vektoren	341
12.2 Hyperebenen und Kugelflächen	345
12.3 Offene und abgeschlossene Punktmengen	347
12.4 Konvexe Mengen	352
13 Vektorräume	363
13.1 Vektorräume im \mathbb{R}^n , Basis und Dimension	363
13.2 Basistausch in Vektorräumen	368
13.3 Rang einer Matrix	377
14 Lineare Gleichungssysteme	391
14.1 Einführende Beispiele	391
14.2 Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme	395
14.3 Lösung homogener Gleichungssysteme	405
14.4 Lösung inhomogener Gleichungssysteme	411
14.5 Zusammenhang mit Vektorräumen	415
15 Lineare Abbildungen	421
15.1 Eigenschaften linearer Abbildungen	421
15.2 Inverse und orthogonale Matrizen	428
16* Lineare Optimierung	441
16.1 Darstellungsformen und Anwendungen	442
16.2 Graphische Lösungsverfahren	445
16.3 Theoretische Grundlagen	450
16.4 Simplexalgorithmus und Standardmaximumproblem	453
16.5 Dualität und Standardminimumproblem	465
17 Determinante einer Matrix	473
17.1 Determinanten und ihre Berechnung	473
17.2 Einige Aussagen über Determinanten	481
17.3 Zusammenhang mit Matrizenrängen und linearen Gleichungssystemen	487
18 Eigenwertprobleme	493
18.1 Einführende Beispiele	493
18.2 Eigenwerte und Eigenvektoren	496
18.3 Existenz reeller Eigenwerte	504
18.4 Definite Matrizen	513

Analysis von Funktionen mehrerer Variablen	521
19 Reelle Funktionen mehrerer Variablen	521
19.1 Darstellung und Beispiele	521
19.2 Stetigkeit und partielle Differentiation	528
19.3 Richtungsableitungen	537
19.4 Partielle Ableitungen zweiter Ordnung und totales Differential	544
20 Kurvendiskussion für Funktionen mehrerer Variablen	551
20.1 Monotonie und Konvexität	552
20.2 Extremwertbestimmung	554
20.3 Einfache lineare Regression	561
20.4*Optimierung mit Nebenbedingungen	566
21 Mehrfache Integrale	581
21.1 Parameterintegrale	581
21.2 Doppelintegrale	586
Differenzen- und Differentialgleichungen	593
22 Differenzen- und Differentialgleichungen erster Ordnung	593
22.1 Grundlagen und Beispiele	594
22.2 Lösung von Differenzengleichungen erster Ordnung	600
22.3 Lösung von Differentialgleichungen erster Ordnung	606
23 Differenzen- und Differentialgleichungen höherer Ordnung	613
23.1 Grundlagen und Beispiele	613
23.2 Homogene lineare Differenzen- und Differentialgleichungen	615
23.3 Inhomogene lineare Differenzen- und Differentialgleichungen	627
24 Differenzen- und Differentialgleichungssysteme erster Ordnung	637
24.1 Grundlagen und Beispiele	637
24.2 Homogene lineare Differenzen- und Differentialgleichungssysteme	640
24.3 Inhomogene lineare Differenzen- und Differentialgleichungssysteme	650
Stichwortverzeichnis	659
Symbolverzeichnis	669
Griechisches Alphabet	677
Literaturverzeichnis	679