

Inhaltsverzeichnis

I. Das Weltbild der Gravitation vor Einstein	21
1. Die Keplerschen Gesetze	25
2. Fallgesetze	33
2.1. Bewegung in einer Dimension	33
2.1.1. Geschwindigkeit	34
2.1.2. Beschleunigung	42
2.1.3. Der freie Fall	45
2.2. Bewegung in zwei und drei Dimensionen	46
2.2.1. Trajektorie, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor	51
2.2.2. Wurfbewegungen	55
2.2.3. Kreisbewegung	58
2.3. Verallgemeinerung auf drei Dimensionen	62
3. Newtonsche Gesetze	63
3.1. Impulserhaltung	64
3.2. Die Gravitationskraft im Erdumfeld	66
4. Arbeit und Energie	71
4.1. Arbeit in einer Dimension bei konstanter Kraft	71
4.2. Arbeit bei veränderlicher Kraft	73
4.3. Arbeit und Energie in drei Dimensionen	77
4.4. Potentielle Energie	87
5. Drehbewegungen, Rotationen	97
5.1. Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung	97
5.2. Drehmoment und Trägheitsmoment	99
5.3. Drehimpuls	101
5.4. Der allgemeine Fall der Drehbewegungen	102

5.5. Gegenüberstellung der physikalischen Größen bei Translationen und Rotationen	108
6. Das Newtonsche Gravitationsgesetz	109
6.1. Die potentielle Energie der Newtonschen Gravitationskraft	112
6.2. Ableitung der Kepler Gesetze aus Newtons Gravitationsgesetz	118
6.2.1. Bahnkurve eines Teilchens in Polarkoordinaten	121
6.2.2. Bestimmung der Planetenbahnen	122
6.3. Das Gravitationsfeld ausgedehnter Körper	144
6.4. Die Poisson Gleichung	150
6.5. Schwere und träge Masse, Äquivalenzprinzip	152
7. Literaturhinweise und Weiterführendes	155

II. Vektor- und Tensorrechnung in der euklidischen Ebene 159

8. Vektorrechnung in der euklidischen Ebene	163
8.1. Basiswechsel	168
8.1.1. Gedrehte und verschobene Koordinatensysteme	169
8.1.2. Allgemeine (krummlinige) Koordinatensysteme	181
8.2. Vektoranalysis in allgemeinen Koordinatensystemen	198
8.2.1. Ableitung der Basisvektoren	199
8.2.2. Ableitung allgemeiner Vektoren	203
9. Tensorrechnung in der euklidischen Ebene	211
9.1. Einsformen, Zeilenvektoren	212
9.2. Einsteinsche Summenkonvention	219
9.3. $(0, 2)$ - Tensoren	223
9.3.1. Allgemeine Eigenschaften von $(0, 2)$ - Tensoren	223
9.3.2. Der metrische Tensor	226
9.3.3. Die kovariante Ableitung eines $(0, 2)$ - Tensors	230
9.4. (M, N) - Tensoren	233
9.4.1. $(0, N)$ - Tensoren	233
9.4.2. $(M, 0)$ - Tensoren	234
9.4.3. (M, N) - Tensoren	235
9.4.4. Indizes hinauf und hinunter ziehen	236
9.4.5. Die kovariante Ableitung als Tensor	237

9.4.6. Berechnung der Christoffel Symbole durch die Metrik	240
9.4.7. Tensorgleichungen in der euklidischen Ebene	244
10. Literaturhinweise und Weiterführendes	245
III. Die Spezielle Relativitätstheorie	247
11. Relativitätsprinzip	251
11.1. Das Galileische- / Newtonsche Relativitätsprinzip	251
11.2. Licht und Äther	255
11.3. Das Einsteinsche Relativitätsprinzip	257
11.3.1. Die Relativität der Gleichzeitigkeit	258
11.3.2. Zeitdehnung	260
11.3.3. Längenkontraktion	262
11.3.4. Doppler Effekt	266
11.4. Uhrendesynchronisation	271
11.5. Addition von Geschwindigkeiten	277
11.6. Impuls, Masse, Energie	279
11.7. Raumzeit-Intervalle	289
12. Die Geometrie der Raumzeit	297
12.1. Lorentz Transformation	297
12.2. Natürliche Einheiten	304
12.3. Raumzeit-Diagramme (RZD)	309
13. Vektorrechnung in der Speziellen Relativitätstheorie	321
13.1. Definition von Raumzeit Vektoren	321
13.2. Vektoralgebra	326
13.3. Die Vierergeschwindigkeit, der Viererimpuls	331
13.3.1. Weltlinien in der Raumzeit	332
13.3.2. Viererimpuls	338
13.4. Relativistische Dynamik	339
14. Tensorrechnung in der Speziellen Relativitätstheorie	345
14.1. $(0, N)$ - Tensoren	345
14.2. Einsformen	347
14.3. $(0, 2)$ - Tensoren	352
14.4. Korrespondenz von Vektoren und Einsformen	354
14.5. (N, M) - Tensoren	356
14.6. (Kovariante) Ableitungen von Tensoren	358

Inhaltsverzeichnis

15. Energie-Impuls-Tensoren in der Speziellen Relativitätstheorie	361
15.1. Inkohoränte Materie	361
15.2. Ideale Fluide	373
16. Literaturhinweise und Weiterführendes	381
IV. Die Allgemeine Relativitätstheorie	383
17. Gravitation und Raumzeit Modell	389
17.1. Äquivalenzprinzip	389
17.2. Gravitative Rotverschiebung	390
17.3. Lichtablenkung an der Sonne im Newtonschen Gravitationsfeld	392
17.4. Gravitation und Krümmung	394
17.5. Allgemeine Koordinatensysteme	400
17.5.1. Beschleunigte Bezugssysteme in der SRT	400
17.5.2. Erweitertes Äquivalenzprinzip	405
18. Die mathematischen Grundlagen der gekrümmten Raumzeit	409
18.1. Mannigfaltigkeiten	409
18.2. Tangentialraum, Tangentialvektoren, Tensoren	419
18.3. Riemannsche Räume	424
18.3.1. Tensoranalysis im Riemannschen Raum	426
18.3.2. Kovariante Ableitung von Tensoren im Riemannschen Raum	430
18.3.3. Christoffelsymbole durch Metrik	434
19. Bewegung im Gravitationsfeld, Geodätengleichung	437
19.1. Geodäten in der euklidischen Ebene	445
19.2. Geodäten auf der Kugeloberfläche	450
20. Krümmung im Riemannschen Raum	457
20.1. Parallelverschiebung	458
20.2. Riemannscher Krümmungstensor	464
20.3. Symmetrien des Riemann Tensors	470
20.4. Ricci Tensor und Krümmungsskalar	474

21. Physikalische Gesetze im Riemannschen Raum, Einsteingleichungen	479
21.1. Kovarianzprinzip	479
21.2. Newtonscher Grenzfall	483
21.3. Einsteinsche Feldgleichungen	485
21.4. Interpretation der Einsteingleichungen	491
21.4.1. Aus Einstein folgt Newton	491
21.4.2. Kosmologische Konstante	493
21.4.3. Energieerhaltung als Konsequenz der Raumzeit Geometrie	495
21.4.4. Geodäten als Folge der Einsteingleichungen	495
22. Statische, sphärische Gravitationsfelder	499
22.1. Koordinatensysteme für statische sphärische Raumzeiten	499
22.2. Schwarzschildmetrik	503
22.3. Physikalische Interpretation der Schwarzschildlösung . . .	512
22.3.1. Die radiale Koordinate	512
22.3.2. Die Zeitkoordinate	514
22.3.3. Der Schwarzschildradius	515
22.4. Gravitative Rotverschiebung in der Schwarzschild Raumzeit	518
22.5. Bewegungen in der Schwarzschild Raumzeit	524
22.6. Periheldrehung des Merkur	530
22.7. Lichtablenkung in der Schwarzschild Raumzeit	535
23. Schwarze Löcher	541
23.1. Massendichte von schwarzen Löchern	541
23.2. Rotverschiebung am Schwarzschildradius	542
23.3. Radialer Fall in der Schwarzschild Raumzeit	544
23.4. Eddington-Finkelstein Koordinaten	550
23.5. Kruskal Koordinaten	559
24. Literaturhinweise und Weiterführendes	567
25. Anhang Formeln	571
25.1. Mathematische Formeln	571
25.1.1. Trigonometrische Funktionen	571
25.1.1.1. Definitionen	571
25.1.1.2. Eigenschaften und Additionstheoreme der trigonometrischen Funktionen	572
25.1.1.3. Die Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen, Arcusfunktionen	573

Inhaltsverzeichnis

25.1.2. Exponential- und Logarithmus - Funktionen	573
25.1.3. Geometrische Formeln	574
25.1.4. Algebraische Formeln	574
25.2. Physikalische Gesetze	574
26. Anhang Einheiten und Konstanten	577
26.1. Einheiten	577
26.1.1. SI - Einheiten	577
26.1.2. Natürliche Einheiten	578
26.2. Physikalische Konstanten und astronomische Größen in SI - Einheiten	578
26.3. Mathematische Konstanten	579
26.4. Griechisches Alphabet	579
Literaturverzeichnis	581
Index	589