

# Inhaltsverzeichnis

## **Einführung**

Über dieses Buch	17
Wofür die Wirtschaftsmathematik gut ist	17
Konventionen in diesem Buch	18
Wie Sie dieses Buch nutzen können	18
Törichte Annahmen über den Leser	19
Wie dieses Buch aufgebaut ist	19
Teil I: Arithmetik – die Magie der Mathematik	19
Teil II: Gleichungen – die Kunst der Mathematik	20
Teil III: Vektoren – die Faszination der Mathematik	20
Teil IV: Grenzwerte – die Ränder der Mathematik	20
Teil V: Differentiale – die Analyse der Mathematik	21
Teil VI: Integrale – die Flächen der Mathematik	21
Teil VII: Mengenlehre – der Urknall der Mathematik	21
Teil VIII: Der Top-Ten-Teil	22
Zusatzmaterialien im Internet	22
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden	22
Wie es weitergeht	23

## **Teil I**

### **Arithmetik – die Magie der Mathematik** 25

#### **Kapitel 1**

#### **Plus, minus, mal und geteilt – die Basis der Mathematik** 27

Auch hier brauchen Sie zuerst Gesetze	27
Kommutativgesetz	27
Assoziativgesetz	28
Distributivgesetz	29
Was sind das neutrale und das inverse Element?	31
Jede Operation hat auch eine Gegenoperation	31
Klammer auf und Klammer zu und schon wird vieles einfacher	32
Eine Handvoll S von Schreiber	33

#### **Kapitel 2**

#### **Auch die Brüche sind Freunde** 37

Wie sieht die Welt der Brüche aus?	37
Mit Brüchen können Sie auch rechnen	38
Multiplizieren von Brüchen	39
Addieren oder Subtrahieren von Brüchen	40
Division von Brüchen	40
Wofür braucht man den Kehrwert?	41
Der Doppelbruch sieht schlimmer aus, als er ist	42

### **Kapitel 3**

#### **Potenzen vereinfachen die Welt**

**45**

Der Unterschied zwischen Potenz und Exponential	45
Gesetze müssen Sie nicht lernen, sondern herleiten können	46
Hierarchiepyramide nach Schreiber – Potenzen	46
Die verschiedenen Arten der Exponenten	48
Natürliche Zahlen	48
Negative ganze Zahlen	50
Rationale Zahlen	50
Potenzen grafisch darstellen	52

### **Kapitel 4**

#### **Summen potenzieren?**

**55**

Die erste und zweite binomische Formel begreifen	55
Wie können Sie das dritte Binom effektiv nutzen?	56
Wurzeln entfernen	57
Konjugiert komplexe Zahl	59
Bei Exponenten größer als zwei hilft nur das pascalsche Dreieck	60

### **Kapitel 5**

#### **Von einem exponentiellen Wachstum träumt doch jede (r)**

**65**

Was heißt exponentielles Wachstum/Gefälle?	65
Wenn es steigt	66
Wenn es fällt	67
Exponentielle Funktionen zeichnen	68
Sie betrachten die e-Funktion	70

### **Kapitel 6**

#### **Nach einem Exponenten auflösen**

**73**

Den Logarithmus berechnen können	73
Gesetze müssen Sie auch hier nicht lernen, sondern herleiten können	74
Hierarchiepyramide nach Schreiber – Logarithmen	74
Die Basis des Logarithmus bestimmt den Term	76
Die unterschiedlichen Graphen genauer betrachten	77
Wie kann der Logarithmus ganz einfach neutralisiert werden?	80

### **Kapitel 7**

#### **Sinus und Cosinus auf der Suche nach dem Einheitskreis**

**83**

Alles begann am rechtwinkligen Dreieck	83
Warum ist Pi dasselbe wie 360 Grad?	85
Den Einheitskreis verstehen lernen	86
Was sagen Ihnen Tangens und Cotangens?	90
Was machen Sie, wenn das Dreieck nicht rechtwinklig ist?	91
Sinussatz	92
Cosinussatz	93

## Teil II

### **Gleichungen – die Kunst der Mathematik**

**95**

#### **Kapitel 8**

#### **Gleichungen mit einer Variablen – »fast« zu trivial für Sie**

**97**

Methode für eine lineare Gleichung	97
Wie wird eine lineare Gleichung interpretiert?	99
Eine quadratische Gleichung: Was ist das?	100
Quadratische Ergänzung	103
p–q-Formel/Mitternachtsformel	105
Satz von Vieta	107
Ist eine biquadratische Gleichung schwer?	108
Die Polynomdivision ist auch nur eine ganz normale Division	109

#### **Kapitel 9**

#### **Nicht alles, was größer ist, muss auch größer sein**

**113**

Eine Ungleichung verstehen	113
Was bedeutet eine Ungleichung grafisch?	114
Die Lösungsmethode FREPL hilft Ihnen beim Lösen von Ungleichungen	118
Betragsungleichung	119
Bruchungleichung	121
Nicht jedes Ergebnis muss auch Lösung sein	123

#### **Kapitel 10**

#### **Zwei Unbekannte / zwei Gleichungen – auch keine Herausforderung!**

**125**

Was suchen Sie grafisch gesehen?	125
Lösungen suchen und effektiv bestimmen	127
Gleichsetzungsverfahren	127
Einsetzungsverfahren	128
Additionsverfahren	128
Das Eliminationsverfahren nach Gauß kann immer helfen	130
Die Mannigfaltigkeit beschreibt die Lösungsmenge	132

## Teil III

### **Vektoren – die Faszination der Mathematik**

**135**

#### **Kapitel 11**

#### **Früher war alles flach, heute ist es mehrdimensional**

**137**

Was ist eigentlich ein Vektor?	137
Mit Vektoren rechnen	140
Skalares Produkt	141
Inneres Produkt (Skalarprodukt)	141
Äußeres Produkt (Vektorprodukt)	142

Die Länge und den Winkel von Vektoren berechnen	144
Der euklidische Vektorraum	149
Beweis und Interpretation der linearen (Un-)Abhängigkeit	151
Basis	153
Span und Dimension	154
Die Basis transformieren	154

## **Kapitel 12**

### **Punkt, Gerade und Ebene – alles, was Spaß macht** 157

Was wird für eine Gerade/Ebene gebraucht?	157
Ortsvektor	157
Richtungsvektor	158
Eine Gerade besteht aus zwei Vektoren	160
Für eine Ebene benötigen Sie drei Vektoren	161
Der Stellungsvektor – der senkrechte Nagel einer Ebene	162
Die Definition einer Ebene verstehen	164
Parameterform	164
Parameterfreie Darstellung	165
Ein Wechsel zwischen den Darstellungen	166

## **Kapitel 13**

### **Punkt, Gerade und Ebene – geht da noch was?** 169

Liegt der Punkt auf der Geraden oder Ebene?	169
Wie liegen denn zwei Geraden zueinander?	171
Schneidend	172
Windschief	173
Parallel	174
Identisch	175
Der Entscheidungsbaum der Lagerrelationen	176
Was passiert zwischen einer Geraden und einer Ebene?	177
Wie können zwei Ebenen zueinander liegen?	179
Parallelität	179
Identität	180
Schnittgerade	181
Dann sollten Sie mal auf Abstand gehen	182
Punkt – Gerade	183
Punkt – Ebene	184
Gerade – Gerade	184
Gerade/Ebene – Ebene	187

## **Teil IV**

### **Grenzwerte – die Ränder der Mathematik**

**191**

#### **Kapitel 14**

##### **Der Limes – mehr als nur ein Schutzwall der Römer**

**193**

Was ist ein Grenzwert?	193
Nur an bestimmten Stellen lohnt sich die Grenzwertbetrachtung	195
Spezielle Grenzwerte kennenlernen	198
Was passiert bei »null dividiert durch null«?	200
Kürzen des Linearfaktors	201
Erweiterung mittels des dritten Binoms	202
Regel von L'Hospital	203
Null mal unendlich kann so ziemlich alles sein	204
Die Faustregel der Grenzwertbetrachtung hilft beim Rechnen	205
Die sieben Schritte der Grenzwertberechnung	206

#### **Kapitel 15**

##### **Asymptoten – die grafische Interpretation von Grenzen**

**209**

Formen der Annäherungsgraphen erkennen und verstehen	209
Waagerechte Asymptoten	210
Senkrechte Asymptoten	211
Diagonale Asymptoten	212
Die Ersatzfunktion erzeugt die behebbaren Lücken	213
Techniken für Asymptoten und Lücken	215
Grafische Darstellung der Ergebnisse	217

#### **Kapitel 16**

##### **Stetigkeit/Differenzierbarkeit – die Interpretation des Limes**

**221**

Ein Graph ohne Sprünge ist stetig	221
Eine Funktion ohne Ecken ist differenzierbar	224
Was versteht man unter einer gesplitteten Funktion?	226

## **Teil V**

### **Differentiale – die Analyse der Mathematik**

**229**

#### **Kapitel 17**

##### **Die Bildung von Ableitungen ist keine Hexerei**

**231**

Die Ableitung als Grenzwert des Differenzenquotienten	231
Für reine Potenzterme ableiten nach Schema F	234
Handelt es sich um ein Produkt, gilt die Produktregel	235
Handelt es sich um einen Quotienten, gilt die Quotientenregel	235
Die Welt besteht aus Kettenregeln	237
Potenzfunktionen	238

Exponentialfunktionen	239
Logarithmusfunktionen	241
Trigonometrische Funktionen	243
Was tun, wenn die Funktion stark verschachtelt ist?	244
Wie gehen Sie mit einer Funktionenschar um?	246

## **Kapitel 18**

### **Die Ableitungen beschreiben die wesentlichen Punkte einer Funktion 251**

Für was wird die erste Ableitung genutzt?	251
Extremstellen	252
Tangentengleichung	254
Was sagt Ihnen die zweite Ableitung?	255
Wendestellen	255
Klassifizierung der Extremstellen	257
Extremwertprobleme verstehen und lösen	259
Bestimmung einer Funktion aufgrund von markanten Punkten	262

## **Kapitel 19**

### **Die Funktion mittels Kurvendiskussion begreifen 265**

Mit sieben Schritten eine Funktion analysieren	265
Wie können Sie aufgrund eines Graphen die Funktion bestimmen?	270

## **Kapitel 20**

### **Sinus/Cosinus – Funktionen modulieren und verschieben 273**

Wie funktionieren die Additionstheoreme?	273
In der Waagerechten und in der Senkrechten verschieben	274
Phasenverschiebung	274
Wertebereichsverschiebung	275
Den Sinus/Cosinus strecken oder stauchen	276
Amplitudenmodulation	277
Periodenvariation	277
Skizzieren von trigonometrischen Funktionen	278

## **Teil VI**

### **Integrale – die Flächen der Mathematik 283**

## **Kapitel 21**

### **Die Stammfunktion ist nichts anderes als die »Aufleitung« 285**

Zusammenhänge zwischen Integranden- und Stammfunktion	285
Worin unterscheiden sich die Integrale?	286
Die Stammfunktion bilden und verstehen	288
Potenzterme	288
$A^3$ -Verfahren	289

Partielle Integration	292
Integration mittels Substitution	296
Der sichere Weg zum Integral	298

## **Kapitel 22**

### ***Egal welche Fläche, es ist immer ein Integral*** **301**

Das sollten Sie generell über Flächen wissen	301
Die Fläche innerhalb von definierten Grenzen bestimmen	303
Wie groß ist die Fläche ...	305
... zwischen Funktion und x-Achse	305
... zwischen zwei Funktionen	306
Welche Grenzen müssen Sie wählen, um eine gegebene Fläche zu bekommen?	308

## **Teil VII**

### ***Mengenlehre – der Urknall der Mathematik*** **311**

## **Kapitel 23**

### ***Mengenlehre begreifen, um die Mathematik zu verstehen*** **313**

Aus was besteht denn eigentlich eine Menge?	313
Mengen einfach definieren und darstellen	315
Eigenschaften	316
Venn-Diagramm	317
Aufzählungen	318
Keine Angst vor den Beziehungen	318
Teilmenge	318
Durchschnittsmenge	320
Vereinigungsmenge	320
Negation	321
Welche Arten von Symmetrie kann eine Struktur haben?	321
Wofür Gesetze so alles gut sind	322
Klasseneinteilungen klar erzeugen und beweisen	324
Zahlenmengen machen die Welt verständlich	325

## **Kapitel 24**

### ***Wer behauptet, aus negativen Zahlen gebe es keine Wurzeln, der lügt*** **329**

Die komplexe Zahl passt in die bisherige Zahlenwelt	329
Die besondere Rolle des Imaginärteils	331
Was gehört denn sonst noch so zu einer komplexen Zahl?	332
Darstellungsmöglichkeiten einer komplexen Zahl	334
Jetzt müssen Sie nur noch mit den neuen Zahlen rechnen	334

**Teil VIII**

**Der Top-Ten-Teil 337**

**Kapitel 25**

**Zehn Schritte die Ihre Effektivität steigern 339**

Verstehen Sie die Sprache?	339
Haben Sie auch genug trainiert?	339
Eine Aufgabe ist kein Problem, sondern eine Herausforderung!	340
Wissen Sie auch, wo was steht?	341
Was haben Sie und was suchen Sie?	341
Gut geschätzt ist halb gewonnen	342
Der Funktionsgraph hilft Ihnen	342
Kleine Schritte führen sicher zum Ziel	342
Nutzen Sie meine neuen Methoden!	343
Hinterfragen Sie Ihre Ergebnisse!	343

**Anhang A: Lösungen 345**

**Stichwortverzeichnis 397**