

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	VII
1 Einführung	1
2 Hintergrund und Motivation	15
2.1 Kausalität – Determinismus	16
2.2 Dynamische Systeme – Beispiele	24
2.3 Phasenraum	31
2.4 Erste Integrale und Mannigfaltigkeiten	33
2.5 Qualitative und quantitative Betrachtungsweise	38
3 Mathematische Einführung in dynamische Systeme	39
3.1 Lineare autonome Systeme	39
3.2 Nichtlineare Systeme und Stabilität	52
3.3 Invariante Mannigfaltigkeiten	59
3.4 Diskretisierung in der Zeit	61
3.5 Poincaré-Abbildung	63
3.6 Fixpunkte und Zyklen diskreter Systeme	65
3.7 Ein Beispiel diskreter Dynamik – die logistische Abbildung	69
3.8 Fourier-Reihe und Fourier-Integral	76
3.8.1 Fourier-Reihe	76
3.8.2 Fourier-Integral und Fourier-Transformation	80
3.8.3 Eigenschaften der Fourier-Transformation	82
3.8.4 Einfache Fourier-Transformationen, Linienspektren, Diracs δ -Funktion	86
3.8.5 Wavelet-Transformation	90
3.9 Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie	94
3.9.1 Zufallsexperiment	95
3.9.2 Zufallsvariable	98
3.9.3 Wahrscheinlichkeit	98
3.9.4 Bedingte Wahrscheinlichkeit und Verbundwahrscheinlichkeit	103

3.9.5	Verteilungsfunktion und Wahrscheinlichkeitsdichte	105
3.9.6	Maßzahlen einer Verteilung	109
3.9.7	Unabhängige und abhängige Ereignisse	112
3.9.8	Momenterzeugende und charakteristische Funktion	114
3.9.9	Spezielle Verteilungen	117
3.9.10	Zentraler Grenzwertsatz	126
3.9.11	Cauchy-Verteilung und α -stabile Lévy-Verteilung	128
3.10	Invariantes Maß und ergodische Bahnen	133
3.10.1	Natürliche invariante Dichte der logistischen Abbildung	133
3.10.2	Frobenius-Perron-Gleichung und ergodisches Maß	138
4	Dynamische Systeme ohne Dissipation	143
4.1	Hamiltonsche Gleichungen	143
4.2	Kanonische Transformationen, Integrierbarkeit	150
4.3	f-dimensionale Ringe (Tori) und Trajektorien	161
4.4	Die Grundzüge der KAM-Theorie	164
4.5	Instabile Tori, chaotische Bereiche	169
4.6	Ein numerisches Beispiel: die Hénon-Abbildung	179
5	Dynamische Systeme mit Dissipation	197
5.1	Volumenkontraktion – eine wesentliche Eigenschaft dissipativer Systeme	198
5.2	Seltsamer Attraktor: Lorenz-Attraktor	201
5.3	Leistungsspektrum und Autokorrelation	206
5.4	Lyapunov-Exponenten	211
5.4.1	Lineare Stabilitätsanalyse nichtlinearer Systeme: Gleichgewichtszustand	211
5.4.2	Stabilität periodischer Lösungen: Floquet-Theorie	218
5.4.3	Lyapunov-Exponent eindimensionaler Abbildungen	227
5.4.4	Lyapunov-Exponenten n-dimensionaler kontinuierlicher Systeme	231
5.4.5	Lyapunov-Exponenten n-dimensionaler diskreter Systeme . . .	239
5.4.6	Numerische Berechnung der Lyapunov-Exponenten	241
5.5	Dimensionen	247
5.5.1	Cantor-Menge	250
5.5.2	Fraktaldimensionen: Kapazitätsdimension und Hausdorff-Besicovitch-Dimension	253
5.5.3	Informationsdimension	256

5.5.4	Korrelationsdimension, punktweise Dimension und Rekonstruktion von Attraktoren	269
5.5.5	Verallgemeinerte Dimension D_q	283
5.5.6	Lyapunov-Dimension und Kaplan-Yorke-Vermutung	285
5.6	Kolmogorov-Sinai-Entropie	291
5.6.1	Der Bernoulli-Shift	292
5.6.2	Definition der KS-Entropie	296
5.6.3	Zusammenhang zwischen KS-Entropie und Lyapunov-Exponenten	303
5.6.4	Zeitspanne für verlässliche Prognosen	305
6	Lokale Bifurkationstheorie	309
6.1	Motivation	311
6.2	Zentrumsmanigfaltigkeit	319
6.3	Normalformen	340
6.4	Normalformen von Verzweigungen einparametriger Flüsse	354
6.5	Stabilität von Verzweigungen infolge Störungen	374
6.6	Verzweigungen von Fixpunkten einparametriger Abbildungen	378
6.7	Renormierung und Selbstähnlichkeit am Beispiel der logistischen Abbildung	403
6.7.1	Der Mechanismus der Periodenverdopplung ad infinitum ...	403
6.7.2	Superstabile Zyklen	411
6.7.3	Selbstähnlichkeit im x -Raum	416
6.7.4	Selbstähnlichkeit im Parameterraum	427
6.7.5	Zusammenhang mit Phasenübergängen 2. Ordnung und Renormierungsmethoden	441
6.8	Ein beschreibender Exkurs in die Synergetik	445
7	Konvektionsströmungen: Bénard-Problem	455
7.1	Hydrodynamische Grundgleichungen	462
7.2	Boussinesq-Oberbeck-Approximation	473
7.3	Lorenz-Modell	475
7.4	Entwicklung des Lorenz-Systems	481
8	Wege zum Chaos	493
8.1	Landau-Szenario	493
8.2	Ruelle-Takens-Szenario	498
8.2.1	Instabilität quasiperiodischer Bewegungen auf dem 3D-Torus	499
8.2.2	Experimente von Swinney und Gollub	503

8.3	Universelle Eigenschaften des Übergangs von Quasiperiodizität zu Chaos	507
8.3.1	Der impulsartig erregte gedämpfte Oszillator	508
8.3.2	Die eindimensionale Kreisabbildung	511
8.3.3	Skalierungseigenschaften der Kreisabbildung	523
8.3.3.1	Lokale Skalierungsgesetze	524
8.3.3.2	Globale Skalierungsgesetze	535
8.4	Die Feigenbaum-Route über Periodenverdopplungen ins Chaos	541
8.4.1	Weitere Skalierungseigenschaften der Periodenverdopplungskaskade	545
8.4.2	Experimenteller Nachweis der Feigenbaum-Route	556
8.5	Quasiperiodischer Übergang bei fester Windungszahl	560
8.5.1	Skalierungseigenschaften des quasiperiodischen Übergangs ..	561
8.5.2	Multifraktale Strukturen	568
8.5.3	Experimenteller Nachweis des quasiperiodischen Übergangs .	577
8.6	Der Weg über Intermittenz ins Chaos	583
8.6.1	Intermittenz bei der logistischen Abbildung	584
8.6.2	Klassifikation der Intermittenz	588
8.6.3	Typ I-Intermittenz	592
8.6.4	Typ III-Intermittenz	600
8.6.5	Typ II-Intermittenz	606
8.7	Wege aus dem Chaos, Steuerung des Chaos	609
8.7.1	Chaos-Kontrolle ohne Rückkopplung	612
8.7.2	Chaos-Kontrolle mit Rückkopplung	613
9	Turbulenz	617
9.1	Dynamik inkompressibler Flüssigkeiten	622
9.1.1	Die hydrodynamischen Grundgleichungen	622
9.1.2	Die lokale Energiedissipationsrate	625
9.1.3	Die Wirbeltransportgleichung	627
9.1.4	Die Lagrangesche Behandlung von Flüssigkeitsströmungen .	631
9.1.5	Hydrodynamische Wirbel	636
9.1.5.1	Lamb-Oseen-Wirbel	636
9.1.5.2	Gestreckte Wirbel	638
9.1.5.3	Lundgren-Wirbel	641
9.2	Vom Chaos zur Turbulenz	641
9.2.1	Chaos in Flüssigkeitströmungen	641

9.2.2	Dynamik von Punktwirbeln in zweidimensionalen idealen Strömungen	641
9.2.2.1	Der Hamiltonsche Charakter der Punktwirbeldynamik	643
9.2.2.2	Zwei Punktwirbel	644
9.2.2.3	Drei Punktwirbel	646
9.2.2.4	Vier Punktwirbel	649
9.2.2.5	Mischung durch Punktwirbel	651
9.2.3	Die Onsagersche Gleichgewichtstheorie	652
9.2.3.1	Viskosität	652
9.3	Turbulenz: Determinismus und Stochastizität	653
9.3.1	Statistische Mittelwertbildung	653
9.3.2	Momentengleichungen: Das Schließungsproblem der Turbulenz	655
9.3.3	Zerfallende Turbulenz	656
9.3.4	Reynoldssche Gleichung und Turbulenz-Modellierung	656
9.4	Charakteristische Skalen der Turbulenz	659
9.4.1	Taylor-Hypothese	659
9.4.2	Phänomenologie des Wirbelzerfalls und Energiekaskade	659
9.4.3	Die integrale Länge L	660
9.4.4	Die Kolmogorovschen Längen	661
9.4.5	Die Taylor-Länge	661
9.4.6	Die Taylor-Reynolds-Zahl	662
9.5	Die turbulente Kaskade	662
9.5.1	Die Von Kármán-Howarth-Relation	662
9.5.2	Das Energiespektrum $E(k)$	665
9.5.3	Die Energiekaskade in der dreidimensionalen Turbulenz	666
9.5.4	Heisenbergs Theorie	668
9.6	Die Kolmogorovsche Theorie der lokal isotropen Turbulenz	670
9.6.1	Die Evolutionsgleichung für die Geschwindigkeitsinkremente	670
9.6.2	Die Energiebilanz des Geschwindigkeitsinkrementes	671
9.6.3	Die gemittelte Energiebilanzgleichung	673
9.6.3.1	Homogene Turbulenz	673
9.6.3.2	Homogene, isotrope Turbulenz	674
9.6.3.3	Das Kolmogorovsche -4/5 Gesetz	674
9.6.3.4	Dissipationsbereich	675
9.6.3.5	Inertialbereich	676

9.6.4	Die Kolmogorovsche Theorie K41	676
9.6.4.1	Universalität der Statistik der kleinskaligen Turbulenz	677
9.6.4.2	Ähnlichkeitsverhalten im Inertialbereich	678
9.6.4.3	Selbstähnlichkeit und fraktale Skalengesetze	678
9.6.4.4	Experimentelle Überprüfung der Selbstähnlichkeitshypothese	680
9.6.5	Das Phänomen der Intermittenz	681
9.6.6	Kolmogorov K62	682
9.6.7	Multifraktales Modell	684
9.6.8	Multiskalen-Statistik	685
9.7	Ausblick	686
9.8	Anhang: Isotrope Tensorfelder	687
9.8.1	Longitudinale und transversale Korrelationsfunktionen	689
9.8.1.1	Die Korrelationsfunktion dritter Ordnung	691
9.8.2	Korrelationsfunktionen für inkompressible, isotrope und homogene Felder	691
9.8.2.1	Die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung	691
9.8.2.2	Die Korrelationsfunktion dritter Ordnung	692
9.8.3	Strukturfunktionen inkompressibler Felder	693
9.8.3.1	Strukturfunktion zweiter Ordnung	693
9.8.3.2	Strukturfunktion dritter Ordnung	694
10	Computerexperimente	695
10.1	Einblick in Knochenumbauprozesse	698
10.2	Hénon-Abbildung	714
10.3	Wiederbegegnung mit dem Lorenz-System	721
10.4	Van der Polsche Gleichung	727
10.4.1	Selbsterregte Schwingung	728
10.4.2	Fremderregter Van der Pol Oszillator	734
10.5	Duffing-Gleichung	751
10.6	Julia-Mengen und ihr Ordnungsprinzip	774
10.7	Struktur der Arnol'd-Zungen	788
10.8	Zur Kinetik chemischer Reaktionen an Einkristall-Oberflächen	797
10.8.1	Oxidation von Wasserstoff an einer Platin-Elektrode	799
10.8.2	Zur Kinetik der katalytischen Oxidation von CO an Pt(110)	801
10.8.2.1	Phänomenologie der katalytischen Oxidation	802

10.8.2.2 Schrittweise Formulierung eines kinetischen Modells	806
10.8.3 Identifikation von Chaos und Hyperchaos bei kinetischen Oberflächenreaktionen	813
10.8.4 Raumzeitliche Musterbildung	817
Farbtafeln	825
Literaturverzeichnis	855
Index	879