

Inhaltsverzeichnis

Gelcitwort	V
Vorwort	VII
Abbildungsverzeichnis	XV
1 Reflexionen zur Methodologie	I
1.1 Einleitung	1
1.2 Methodologien der Wissenschaftsgeschichte im Allgemeinen	2
1.2.1 Eine Darstellung der Paradigmen-Theorie von Thomas Kuhn	2
1.2.2 Kuhns Kritik an der Tradition des Lehrbuchs	4
1.2.3 Motive wissenschaftlichen Forschens im Rahmen der Merton-These	5
1.2.4 Wissenschaftlicher Fortschritt durch scientific revolutions (Kuhn)	8
1.2.5 Gibt es scientific revolutions in der Mathematik?	9
1.3 Methodologien der Mathematikgeschichte	12
1.3.1 Die history- und heritage-Methoden nach Grattan-Guinness	13
1.3.2 Das Konzept einer objektiven Hermeneutik	15
2 A. L. Cauchys Summentheorem	19
2.1 Umberto Bottazzini: Mathematische Strenge als <i>historical concept</i>	19
2.2 Beweise als Mittel zum Verständnis der Meta-Mathematik	20
2.3 Zur Person A. L. Cauchy	20
2.4 Der berühmte Satz über die Summation stetiger Glieder	21
2.4.1 Die Vorarbeit zu konvergenten Reihen	21
2.4.2 „Satz und Beweis“	22
2.4.3 Die binomische Erweiterung	23
2.4.4 Mehrfachen Grenzwertprozessen bei Cauchy	24
2.5 Probleme der Modernisierung	25
2.5.1 Hat Cauchy absolute Konvergenz eingeführt?	25
2.5.2 Gibt es den Limes superior in Cauchys Konvergenzkriterien?	26
2.6 Cauchy und die Etablierung der Strenge in der Mathematik	28
2.7 Über einige Voraussetzungen und Konventionen bei Cauchy	28
2.8 Cauchys neues Summentheorem	30
2.8.1 Der Beweis	31
2.8.2 Auf dem Weg zur gleichmäßigen Konvergenz	32
2.8.3 Der Einfluss durch Briot und Bouquet	33
2.8.4 Ein Resümee des Manuskripts von 1853	34
2.8.5 Rezeptionen nach dem Theorem von 1853	36
3 Reaktionen von Cauchys Zeitgenossen	39
3.1 Abels Kritik an Cauchys Summentheorem	39
3.2 Die Abel'schen Lehrsätze im Beweis des binomischen Theorems	40
3.2.1 Der Beweis von Lehrsatz IV resp. V	40
3.2.2 Die Forderung nach Gleichmäßigkeit zur Rettung von Abels Beweisen	42
3.3 Das Problem der Vertauschbarkeit bei Abel und Cauchy	43

3.4	Resümee	44
3.5	Die Rolle der absoluten Konvergenz	45
3.5.1	Der Beginn: Die Cauchy-Produktformel bei Cauchy und Abel	45
3.5.2	Dirichlet und Riemann	46
3.5.3	Dem Niedergang entgegen: Der Beitrag von Du Bois-Reymond	47
3.6	Dirichlets Beitrag als Reaktion auf Cauchy	48
4	Die historiographische Diskussion über Cauchys Summentheorem	51
4.1	Bewertung in der Mathematischen Enzyklopädie	51
4.2	Der Stand der traditionellen Mathematikhistoriographie nach Pringsheim	53
4.2.1	The History of the Calculus (1949)	53
4.2.2	Elements d'histoire des mathématiques (1960)	54
4.3	Moderne Mathematikhistoriographie	55
4.3.1	Die Nichtstandardanalysis nach Abraham Robinson	55
4.3.2	War Cauchys Mathematik isoliert von der Mathematik seiner Zeit?	65
4.3.3	Der Beweis von 1853 im Licht von Spalt und Laugwitz	70
4.3.4	Der Satz von der stetigen Konvergenz – Spalts Revision der bisherigen Cauchy- Interpretationen	73
4.3.5	Klassische Auswertungen von I. Grattan-Guinness und U. Bottazzini	78
4.3.6	Ist das Konzept der Gleichmäßigkeit allgegenwärtig?	80
4.3.7	Eine schwierige Rekonstruktion des Beweises von 1853	80
4.3.8	La Notion essentielle de convergence uniforme – Dugacs Fazit über den Konvergenzbegriff im ersten Summentheorem	81
5	Das Phänomen der Gleichzeitigkeit von 1846/47	83
5.1	Philipp Seidel	83
5.1.1	Der Beweis seines Summentheorems	84
5.1.2	Die unendlich langsame Konvergenz	86
5.1.3	Fazit zu Seidels Beweis	86
5.1.4	Rezeptionen Seidels im 19. Jahrhundert	87
5.1.5	Moderne Rezeptionen Seidels – Pierre Dugac	90
5.2	George Gabriel Stokes	92
5.2.1	Stokes' »kurzer« Beweis	92
5.2.2	Erklärungsansätze für die Motivation von Stokes	93
5.3	Rezeptionen und die Frage der Erstentdeckung einer neuen Konvergenzform	94
5.3.1	Die Rezeption in der mathematischen Monographie von R. Reiff	95
5.3.2	Godfrey Harold Hardy und seine Interpretation der not-infinitely slow convergence	95
5.4	E. G. Björling	97
5.4.1	Björlings Interpretation eines »höchst gewichtigen« Satzes	98
5.4.2	Sein Summentheorem mit Beweis	99
5.4.3	Gibt es begriffliche Neuheiten?	101
5.4.4	Rezeption der Björling-Werke vom 19. Jahrhundert bis heute	102
5.5	Resümee	107
5.5.1	Björlings Rolle in der Geschichte der gleichmäßigen Konvergenz	107
5.5.2	Das Phänomen der Gleichzeitigkeit	108

6	Die Begriffsentwicklung der gleichmäßigen Konvergenz in Weierstraß' Vorlesungen ...	111
6.1	Einleitung	111
6.1.1	Die Konvergenzbegriffe in Gudermanns Arbeit	111
6.1.2	Die Rolle von Karl Weierstraß	116
6.1.3	Das mathematische Seminar in Berlin	118
6.1.4	Forschungsschwerpunkt: Vorlesungsmitschriften	119
6.2	Der Begriff der unbedingten Konvergenz bei Weierstraß vor 1864	122
6.3	Unbedingte und absolute Konvergenz im Diktat an Mertens (1863)	124
6.4	Die Mitschriften von Schmidt und Schwarz aus der Zeit am Gewerbe-Institut	124
6.5	Die Vorlesungen der Jahre 1865 bis 1870 an der Universität zu Berlin	126
6.5.1	Unbedingte und gleichmäßige Konvergenz	127
6.5.2	Ein anonymes Skript über Elliptische Funktionen (1870)	129
6.5.3	Die Mitschriften von Killing und Kiepert (1868)	131
6.6	Die Herausbildung des Weierstraß'schen Gleichmäßigkeitsbegriffs ab 1870	132
6.6.1	Übergangsphasen der Formulierungen	132
6.6.2	Die Hettner-Mitschrift (1874)	133
6.6.3	Die Mitschriften Rudio und Hurwitz (1878)	134
6.6.4	Die Einführung der unbedingten Konvergenz im Lehrjahr 1878	138
6.7	Die späten Vorlesungen und Forschungen von 1880 bis 1886	139
6.7.1	Die Kneser-Mitschrift (1880/81)	139
6.7.2	Die Thieme-Mitschrift (1882/83)	141
6.7.3	Die Ergänzungsveranstaltung Ausgewählte Kapitel aus der Funktionenlehre (1886)	142
6.8	Der Durchbruch für die Epsilon-Delta-Notation	144
6.9	Die Verwendung der gleichmäßigen Konvergenz in den Publikationen von Weierstraß ...	145
6.9.1	Über die Veröffentlichung Zur Functionenlehre (1880)	145
6.9.2	Nachtrag zu den Publikationen Zur Theorie der eindeutig analytischen Funktionen	146
6.10	Resümee	147
6.10.1	Parallel auftretende Ausdrucksformen der gleichmäßigen Konvergenz	147
6.10.2	Turnusmäßige Vorlesungen ohne den Begriff der gleichmäßigen Konvergenz	148
6.10.3	Die Anwendung der gleichmäßigen Konvergenz im Laufe der Vorlesungen	148
6.10.4	Ein Kriterium für gleichmäßige Konvergenz	149
6.10.5	Schlussbemerkung	150
6.11	Kurzübersicht der untersuchten Vorlesungsmitschriften	151
7	Weiterentwicklungen und Anwendungen	153
7.1	Einleitung	153
7.2	Beiträge der Schüler und Mitarbeiter von Karl Weierstraß	153
7.2.1	Hermann Amandus Schwarz (1843-1921)	153
7.2.2	Du Bois-Reymond und das Thema der stetigen, nicht-differenzierbaren Funktionen	155
7.2.3	Das Summentheorem von Paul Du Bois-Reymond (1831-1889)	155
7.2.4	Eduard Heine (1821-1881)	157
7.2.5	Axel Harnack (1851-1888)	159
7.2.6	Otto Stolz (1842-1905)	160

7.2.7 Weiterentwicklungen in Italien	162
7.2.8 Ein Resümee über die italienischen Entwicklungen	168
7.2.9 Weiterentwicklungen in Frankreich	168
7.3 Ausblick auf das 20. Jahrhundert	178
8 Ausblick	181
8.1 Vorwort	181
8.2 Über die Anwendung der gleichmäßigen Stetigkeit bei Cauchy	181
8.3 Lejeune Dirichlet und eine Fundamenteleigenschaft der stetigen Funktionen	183
8.4 Die gleichmäßige und ungleichmäßige Stetigkeit bei Ulisse Dini	186
8.5 Eduard Heines Eigenschaft kontinuierlicher Funktionen	187
8.6 Die gleichmäßige Stetigkeit bei Weierstraß	188
8.7 Fazit zur Rezeption	189
9 Anhänge	191
9.1 Transkription des <i>mémoire</i> von J.-C. Bouquet und C. Briot vom 7. Februar 1853	191
9.2 Transkription des <i>mémoire</i> von J.-C. Bouquet und C. Briot vom 21. Februar 1853	199
9.3 Übersetzung der Abhandlung <i>Om oändliga serier</i> ... (1853) von E. G. Björling	201
9.4 Übersetzung der Abhandlung <i>Sur Les Séries Trigonométriques</i> (1883) von H. Poincaré ...	211
9.5 Die Reproduktionen der Abgangszeugnisse	213
Literaturverzeichnis	237
Quellen	237
Publikationen	239
Index	249