

# Inhaltsverzeichnis

I	<b>Symmetrien in der Quantenmechanik</b>	1
1	Symmetrien in der klassischen Physik	1
2	Raumverschiebungen in der Quantenmechanik	17
3	Der unitäre Verschiebungsoperator	18
4	Die Bewegungsgleichung für räumlich verschobene Zustände	20
5	Symmetrie und Entartung von Zuständen	22
6	Zeitverschiebungen in der Quantenmechanik	29
7	Definition einer Gruppe	32
8	Rotationen und ihre Gruppeneigenschaften	34
9	Ein Isomorphismus der Rotationsgruppe	37
10	Infinitesimale und endliche Drehungen	39
11	Die Isotropie des Raumes	41
12	Der Drehoperator für Vielteilchenzustände	51
II	<b>Drehimpulsalgebra und Darstellung der Drehimpulsoperatoren</b>	53
13	Irreduzible Darstellungen der Rotationsgruppe	53
14	Matrixdarstellungen der Drehimpulsoperatoren	58
15	Die Addition von zwei Drehimpulsen	66
16	Berechnung von Clebsch-Gordan-Koeffizienten	70
17	Rekursionsformeln für Clebsch-Gordan-Koeffizienten	71
18	Explizite Berechnung der Clebsch-Gordan-Koeffizienten	72
III	<b>Mathematische Ergänzung: Elementares über Lie-Gruppen</b>	81
19	Allgemeine Struktur von Lie-Gruppen	81
20	Kommutatoren als verallgemeinerte Vektorprodukte	91
21	Algebraische Begriffe	93
22	Kompakte Lie-Gruppen und Lie-Algebren	100
23	Invariante Operatoren (Casimir-Operatoren)	100
24	Racah'sches Theorem	101
25	Erläuterungen zu Multipletts	101
26	Invarianz unter einer Symmetriegruppe	104
27	Konstruktion des invarianten Operators	107
28	Casimir-Operatoren Abel'scher Lie-Gruppen	109
29	Vollständigkeitsrelation für Casimir-Operatoren	110
30	Zusammenstellung einiger Gruppen und ihrer Eigenschaften	111
31	Koordinatentransformationen und Funktionstransformationen	112

<b>IV</b>	<b>Symmetriegruppen und ihre physikalische Bedeutung</b>	125
32	Symmetrien des Hamilton-Operators . . . . .	125
33	Multiplett-Struktur der Zustände . . . . .	127
34	Massenentartung innerhalb von Multiplets . . . . .	129
<b>V</b>	<b>Die Isospingruppe (Isobarenspin)</b> . . . . .	131
35	Isospin als Eigenschaft der Nukleonen . . . . .	131
36	Isospin-Operatoren für ein Vielnukleonensystem . . . . .	137
37	Darstellungen einer Lie-Algebra – Allgemeines . . . . .	144
38	Reguläre (oder adjungierte) Darstellung einer Lie-Algebra . . . . .	145
39	Transformationsgesetz für Isospin-Vektoren . . . . .	149
40	Experimenteller Test der Isospin-Invarianz . . . . .	157
<b>VI</b>	<b>Die Hyperiadung</b> . . . . .	173
41	Vom Isospin zur Hyperladung . . . . .	173
42	Isospin und Hyperladung von Antiteilchen . . . . .	179
<b>VII</b>	<b>Die SU(3)-Symmetrie</b> . . . . .	181
43	Die Gruppen $U(n)$ und $SU(n)$ . . . . .	181
44	Die Generatoren der $SU(3)$ -Gruppe . . . . .	185
45	Die Lie-Algebra der $SU(3)$ -Gruppe . . . . .	187
46	Unteralgebren der $SU(3)$ und Schiebeoperatoren . . . . .	196
47	Kopplung von $T$ -, $U$ - und $V$ -Multiplets . . . . .	198
48	Quantitative Abrundung unserer Schlussfolgerungen . . . . .	200
49	Geometrische Gestalt eines $SU(3)$ -Multipletts . . . . .	202
50	Anzahl der Zustände auf Gitterpunkten innerer Schalen . . . . .	203
<b>VIII</b>	<b>Quarks und die Gruppe <math>SU(3)</math></b> . . . . .	215
51	Quarks als kleinste nichttriviale Darstellung der $SU(3)$ . . . . .	215
52	Suche nach Quarks . . . . .	218
53	Die Transformationseigenschaften der Quark-Zustände . . . . .	219
54	Konstruktion von $SU(3)$ -Multiplets aus elementaren Darstellungen . . . . .	225
55	Aufbau der Darstellungen $D(p, q)$ aus Quarks und Antiquarks . . . . .	227
56	Mesonen-Multipletts . . . . .	231
57	Regeln für die Reduktion direkter Produkte von $SU(3)$ -Multiplets	243
58	$U$ -Spin-Invarianz . . . . .	247
59	Test der $U$ -Spin-Invarianz . . . . .	250
60	Die Gell-Mann-Okubo-Massenformel . . . . .	251
61	Die Clebsch-Gordan-Koeffizienten der $SU(3)$ . . . . .	254
62	Quarkmodelle mit inneren Freiheitsgraden . . . . .	257
63	Die Massenformel in der $SU(6)$ . . . . .	285
64	Magnetische Momente im Quarkmodell . . . . .	286
65	Angeregte mesonische und baryonische Zustände . . . . .	288
<b>IX</b>	<b>Darstellungen der Permutationsgruppe und Young-Tableaux</b> . . . . .	295
66	Die Permutationsgruppe und identische Teilchen . . . . .	295
67	Die Standard-Anordnung der Young-Tableaux . . . . .	299

68	Irreduzible Darstellungen der Permutationsgruppe $S_N$ . . . . .	302
69	Der Zusammenhang zwischen $SU(2)$ und $S_2$ . . . . .	311
70	Die irreduziblen Darstellungen der $SU(n)$ . . . . .	314
71	Bestimmung der Dimension . . . . .	320
72	Die $SU(n-1)$ -Untergruppen von $SU(n)$ . . . . .	324
73	Zerlegung des Tensorproduktes zweier Multipletts . . . . .	326
<b>X</b>	<b>Mathematische Ergänzung: Gruppencharaktere</b> . . . . .	331
74	Definition von Gruppencharakteren . . . . .	331
75	Die Schur'schen Lemmata . . . . .	332
76	Orthogonalitätsrelationen für Darstellungen diskreter Gruppen .	333
77	Äquivalenzklassen . . . . .	335
78	Orthogonalitätsrelationen der Gruppencharaktere . . . . .	337
79	Gruppencharaktere am Beispiel der Gruppe $D(3)$ . . . . .	338
80	Reduktion einer Darstellung . . . . .	339
81	Kriterium für Irreduzibilität . . . . .	340
82	Direktes Produkt von Darstellungen . . . . .	341
83	Erweiterung auf kontinuierliche kompakte Gruppen . . . . .	341
84	Mathematischer Exkurs: Gruppenintegration . . . . .	342
85	Unitäre Gruppen . . . . .	344
86	Der Übergang von $U(N)$ nach $SU(N)$ am Beispiel der $SU(3)$ . . .	345
87	Integration über unitäre Gruppen . . . . .	347
88	Gruppencharaktere der unitären Gruppen . . . . .	350
<b>XI</b>	<b>Charm und <math>SU(4)</math></b> . . . . .	369
89	Die Entdeckung des Charm-Quarks . . . . .	369
90	Teilchen mit Charm und die $SU(4)$ . . . . .	371
91	Die Gruppeneigenschaften der $SU(4)$ . . . . .	372
92	Strukturkonstanten $f_{ijk}$ und Koeffizienten $d_{ijk}$ für $SU(4)$ . . . . .	379
93	Multiplettstruktur der $SU(4)$ . . . . .	381
94	Zerfall der Mesonen mit verborgenem Charm . . . . .	390
95	Zerfall von Mesonen mit offenem Charm . . . . .	391
96	Baryonen-Multipletts . . . . .	392
97	Das Potentialmodell des Charmoniums . . . . .	401
98	Die $SU(4)$ [ $SU(8)$ ]-Massenformel . . . . .	409
99	Die $\Upsilon$ -Resonanzen . . . . .	412
100	Das Quark-Modell und das Top-Quark . . . . .	414
<b>XII</b>	<b>Mathematische Ergänzungen</b> . . . . .	419
101	Einführung . . . . .	419
102	Wurzelvektoren und klassische Lie-Algebren . . . . .	423
103	Skalarprodukte von Eigenwerten . . . . .	427
104	Cartan-Weyl-Normierung . . . . .	430
105	Graphische Darstellung der Wurzelvektoren . . . . .	431
106	Lie-Algebra vom Rang 1 . . . . .	432
107	Lie-Algebren vom Rang 2 . . . . .	432
108	Lie-Algebren vom Rang $l > 2$ . . . . .	434

---

109	Die besonderen Lie-Algebren . . . . .	435
110	Einfache Wurzeln und Dynkin-Diagramme . . . . .	435
111	Die Dynkin'sche Vorschrift . . . . .	437
112	Die Cartan'sche Matrix . . . . .	439
113	Bestimmung aller Wurzeln aus den einfachen Wurzeln . . . . .	440
114	Zwei einfache Lie-Algebren . . . . .	441
115	Die Darstellungen der klassischen Lie-Algebren . . . . .	443
<b>XIII</b>	<b>Spezielle diskrete Symmetrien</b> . . . . .	449
116	Raumspiegelung (Paritätstransformation) . . . . .	449
117	Gespiegelte Zustände und Operatoren . . . . .	451
118	Zeitumkehr . . . . .	452
119	Antiunitäre Operatoren . . . . .	454
120	Mehrteilchensysteme . . . . .	458
121	Reelle Eigenfunktionen . . . . .	459
<b>XIV</b>	<b>Dynamische Symmetrien</b> . . . . .	461
122	Das Wasserstoffatom . . . . .	461
123	Die Gruppe $SO(4)$ . . . . .	464
124	Die Energieniveaus des Wasserstoffatoms . . . . .	465
125	Der klassische isotrope Oszillatator . . . . .	466
126	Der quantenmechanische isotrope Oszillatator . . . . .	467
<b>XV</b>	<b>Mathematische Ergänzung: Nichtkompakte Lie-Gruppen</b> . . . . .	481
127	Definition und Beispiele nichtkompakter Lie-Gruppen . . . . .	481
128	Die Lie-Gruppe $SO(2,1)$ . . . . .	488
129	Anwendung auf Streuprobleme . . . . .	492
<b>XVI</b>	<b>Beweis des Racah'schen Theorems</b> . . . . .	495
130	Racah'sches Theorem . . . . .	495
<b>Index</b> . . . . .		503