

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Mathematik – eine der ältesten Wissenschaften</b>	<b>9</b>
1.1	Was ist Mathematik und was kann sie?	10
1.2	Denk- und Arbeitsweisen in der Mathematik	11
1.2.1	Mathematisches Modellieren. ....	11
1.2.2	Definieren von Begriffen. ....	13
1.2.3	Vermutungen und Hypothesen aufstellen, begründen und beweisen bzw. widerlegen. ....	14
1.2.4	Skizzieren, Zeichnen und Konstruieren mathematischer Objekte. ....	16
1.2.5	Lösungswege dokumentieren und die Fachsprache angemessen einsetzen. ....	18
1.2.6	Lösungsstrategien bei Sach- und Anwendungsaufgaben nutzen. ....	19
1.2.7	Erfassen, Darstellen und Interpretieren von Daten. ....	13
<b>2</b>	<b>Grundbegriffe der Mathematik</b>	<b>23</b>
2.1	Aussagen	24
2.1.1	Zeichen und Zeichenreihen in der Mathematik. ....	24
2.1.2	Wahrheitswerte von Aussagen. ....	28
2.1.3	Erfüllbarkeit von Aussageformen. ....	29
2.1.4	Logische Operationen. ....	30
2.1.5	Definitionen. ....	35
2.1.6	Sätze und Beweise. ....	36
2.2	Mengen	40
2.2.1	Mengenbegriff. ....	40
2.2.2	Darstellung von Mengen. ....	41
2.2.3	Mächtigkeit von Mengen. ....	42
2.2.4	Relationen zwischen zwei Mengen. ....	43
2.2.5	Mengenoperationen. ....	45
<b>3</b>	<b>Zahlen und Rechnen</b>	<b>49</b>
3.1	Natürliche Zahlen	50
3.1.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen. ....	50
3.1.2	Rechnen mit natürlichen Zahlen. ....	53
3.1.3	Vielfache und Teiler. ....	53
3.2	Ganze Zahlen	63
3.2.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen. ....	63
3.2.2	Rechnen mit ganzen Zahlen. ....	65
3.3	Gebrochene Zahlen	71
3.3.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen. ....	71
3.3.2	Rechnen mit gemeinen Brüchen. ....	75
3.3.3	Rechnen mit Zehnerbrüchen (Dezimalbrüchen). ....	79
3.4	Rationale Zahlen	82
3.4.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen. ....	82
3.4.2	Rechnen mit rationalen Zahlen. ....	84
3.5	Reelle Zahlen	87
3.5.1	Zahlbegriff. ....	87
3.5.2	Rechnen mit reellen Zahlen. ....	88

	<b>3.6 Rechnen mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen</b>	<b>89</b>
	3.6.1 Potenzbegriff; Potenzgesetze; Rechnen mit Potenzen	89
	3.6.2 Wurzelbegriff; Wurzelgesetze; Rechnen mit Wurzeln	93
	3.6.3 Logarithmen; Logarithmengesetze	95
	<b>3.7 Größen</b>	<b>96</b>
	3.7.1 Größenbereiche	96
	3.7.2 Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten	97
	3.7.3 Masseinheiten	99
	3.7.4 Zeiteinheiten	99
	3.7.5 Währungseinheiten	100
	<b>3.8 Rechnen mit Näherungswerten</b>	<b>101</b>
	3.8.1 Grundbegriffe	101
	3.8.2 Rechnen mit Näherungswerten	102
Überblick 104		
	<b>4 Prozent- und Zinsrechnung</b>	<b>105</b>
	<b>4.1 Prozentrechnung</b>	<b>106</b>
	4.1.1 Grundbegriffe	106
	4.1.2 Bequeme Prozentsätze	106
	4.1.3 Berechnen von Prozentwerten, Prozentsätzen, Grundwerten	107
	4.1.4 Grafische Darstellungen von Prozentsätzen	110
	<b>4.2 Promillerechnung</b>	<b>111</b>
	<b>4.3 Zinsrechnung</b>	<b>112</b>
	4.3.1 Grundbegriffe	112
	4.3.2 Berechnen von Zinsen, Zinssatz, Kapital und Zeitspannen	112
	4.3.3 Zinseszins	116
Überblick 118	<b>4.4 Rentenrechnung</b>	<b>119</b>
	4.4.1 Ratenzahlungen	119
Überblick 122	4.4.2 Schuldentilgung	121
	<b>5 Gleichungen und Ungleichungen</b>	<b>123</b>
	<b>5.1 Variable und Terme</b>	<b>124</b>
	5.1.1 Rechnen mit Variablen; Termumformungen	125
	<b>5.2 Grundlagen der Gleichungslehre</b>	<b>129</b>
	5.2.1 Grundbegriffe	129
	5.2.2 Lösen einer Gleichung bzw. Ungleichung; Lösungsmenge	130
	5.2.3 Proben bei Gleichungen und Ungleichungen	132
	5.2.4 Inhaltliches Lösen von Gleichungen bzw. Ungleichungen	133
	<b>5.3 Äquivalentes Umformen von Gleichungen und Ungleichungen</b>	<b>135</b>
	5.3.1 Begriff „Äquivalenz“	135
	5.3.2 Äquivalentes Umformen von Gleichungen	135
	5.3.3 Äquivalentes Umformen von Ungleichungen	137
	<b>5.4 Lineare Gleichungen</b>	<b>138</b>
	5.4.1 Lineare Gleichungen mit einer Variablen	138
	5.4.2 Lineare Gleichungen mit zwei Variablen	142
	<b>5.5 Lineare Ungleichungen</b>	<b>143</b>
	5.5.1 Lineare Ungleichungen mit einer Variablen	143
	5.5.2 Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen	144
	<b>5.6 Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>145</b>
	5.6.1 Begriffe	145
Überblick 148	5.6.2 Lösen linearer Gleichungssysteme	145

<b>5.7</b>	<b>Quadratische Gleichungen</b>	<b>149</b>	
5.7.1	Begriffe	149	
5.7.2	Lösungsverfahren für spezielle quadratische Gleichungen	149	
5.7.3	Lösungsformel für quadratische Gleichungen	150	
5.7.4	Diskussion der Lösungen einer quadratischen Gleichung	151	
5.7.5	Wurzelsatz von Vieta	152	
<b>5.8</b>	<b>Bruchgleichungen und Bruchungleichungen</b>	<b>153</b>	Überblick 155
<b>5.9</b>	<b>Algebraische Gleichungen höheren Grades</b>	<b>156</b>	
5.9.1	Begriff	156	
5.9.2	Kubische Gleichungen und Gleichungen höheren Grades	156	
5.9.3	Polynomdivision	158	
<b>5.10</b>	<b>Wurzel-, Exponential- und Logarithmengleichungen</b>	<b>160</b>	
5.10.1	Begriffe	160	
5.10.2	Lösen von Wurzelgleichungen	160	
5.10.3	Lösen von Exponentialgleichungen	162	
5.10.4	Lösen von Logarithmengleichungen	163	
<b>5.11</b>	<b>Trigonometrische Gleichungen</b>	<b>164</b>	
<b>5.12</b>	<b>Näherungsverfahren zum Lösen von Gleichungen mit einer Variablen</b>	<b>165</b>	
5.12.1	Iterationsverfahren	165	
5.12.2	Nullstellenbestimmung durch Intervallschachtelung	166	
5.12.3	Sekantennäherungsverfahren (regula falsi)	167	Überblick 168
<b>6</b>	<b>Funktionen</b>	<b>169</b>	
<b>6.1</b>	<b>Grundbegriffe und Eigenschaften von Funktionen</b>	<b>170</b>	
6.1.1	Funktionsbegriff	170	
6.1.2	Darstellung von Funktionen	171	
6.1.3	Eigenschaften von Funktionen	172	
6.1.4	Schnittpunkte von Funktionsgraphen mit den Achsen	174	Überblick 176
<b>6.2</b>	<b>Proportionalität</b>		
6.2.1	Direkte Proportionalität	177	
6.2.2	Indirekte Proportionalität	178	
<b>6.3</b>	<b>Lineare Funktionen</b>	<b>180</b>	
6.3.1	Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x$	180	
6.3.2	Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x + n$	182	Überblick 185
<b>6.4</b>	<b>Quadratische Funktionen</b>	<b>186</b>	
6.4.1	Graphen quadratischer Funktionen	186	
6.4.2	Nullstellen der Funktionen mit $y = x^2 + p \cdot x + q$	188	
6.4.3	Funktionen mit $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$	189	Überblick 190
<b>6.5</b>	<b>Potenzfunktionen</b>	<b>191</b>	
6.5.1	Potenzfunktionen mit geraden Exponenten	191	
6.5.2	Potenzfunktionen mit ungeraden Exponenten	192	
<b>6.6</b>	<b>Wurzelfunktionen</b>	<b>193</b>	
6.6.1	Funktionen mit $y = \sqrt[n]{x}$	193	
6.6.2	Funktionen mit $y = \sqrt[n]{x}$	193	
<b>6.7</b>	<b>Exponentialfunktionen</b>	<b>194</b>	
6.7.1	Funktionen mit $y = a^x$	194	
6.7.2	Funktionen mit $y = e^x$	194	
<b>6.8</b>	<b>Logarithmusfunktionen</b>	<b>195</b>	
6.8.1	Funktionen mit $y = \log_a x$	195	
6.8.2	Funktionen mit $y = \lg x$ und $y = \ln x$	195	

	<b>6.9 Winkelfunktionen (trigonometrische Funktionen)</b>	<b>196</b>
	6.9.1 Sinus, Kosinus, Tangens und Kotangens am rechtwinkligen Dreieck .....	196
Überblick 202	6.9.2 Winkelfunktionen am Kreis .....	196
	6.9.3 Graphen und Eigenschaften der Winkelfunktionen .....	198
	<b>7 Planimetrie</b>	<b>203</b>
	<b>7.1 Grundbegriffe</b>	<b>204</b>
	7.1.1 Ebene, Linie, Punkt, Gerade, Strahl und Strecke .....	204
	7.1.2 Länge und Längenmessung .....	208
Überblick 217	7.1.3 Fläche und Flächeninhaltsmessung .....	209
	7.1.4 Winkel und Winkelmessung .....	210
	<b>7.2 Konstruktionen</b>	<b>218</b>
	7.2.1 Konstruktionen mit Zirkel und Lineal .....	218
	7.2.2 Konstruktionen mit Zeichendreieck, Lineal und Geodreieck. .	220
	7.2.3 Konstruktionen mit der Methode der Bestimmungslinien . .	221
	7.2.4 Softwaregestütztes Konstruieren .....	223
	<b>7.3 Geometrische Abbildungen</b>	<b>224</b>
	7.3.1 Ähnlichkeitsabbildungen .....	225
	7.3.2 Kongruenzabbildungen .....	226
	<b>7.4 Bewegung, Kongruenz und Symmetrie</b>	<b>228</b>
	7.4.1 Spezielle Bewegungen .....	228
	7.4.2 Nacheinanderausführung von Bewegungen .....	231
	7.4.3 Kongruenz .....	234
	7.4.4 Symmetrie .....	235
	<b>7.5 Zentrische Streckung, Ähnlichkeit und Strahlensätze</b>	<b>237</b>
	7.5.1 Zentrische Streckung .....	237
Überblick 244	7.5.2 Ähnlichkeit .....	239
	7.5.3 Strahlensätze .....	240
	<b>7.6 Dreiecke</b>	<b>245</b>
	7.6.1 Dreiecksarten .....	245
	7.6.2 Sätze über das Dreieck .....	246
	7.6.3 Besondere Linien und Punkte des Dreiecks .....	247
	7.6.4 Kongruenz von Dreiecken .....	249
	7.6.5 Ähnlichkeit von Dreiecken .....	251
	7.6.6 Konstruktion von Dreiecken .....	251
	7.6.7 Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken .....	254
	7.6.8 Satzgruppe des Pythagoras .....	256
	7.6.9 Anwendung der trigonometrischen Funktionen .....	260
	<b>7.7 Vierecke</b>	<b>266</b>
	7.7.1 Allgemeines Viereck .....	266
Überblick 276	7.7.2 Klassifizierung von Vierecken .....	267
	7.7.3 Spezielle Vierecke und deren Eigenschaften .....	271
	<b>7.8 Vielecke (Polygone)</b>	<b>277</b>
	7.8.1 Allgemeine Eigenschaften .....	277
	7.8.2 Regelmäßige n-Ecke .....	278
	<b>7.9 Kreis</b>	<b>280</b>
	7.9.1 Begriffe .....	280
	7.9.2 Winkel am Kreis .....	285
Überblick 292	7.9.3 Inkreis und Umkreis von Vielecken .....	287
	7.9.4 Berechnungen am Kreis .....	288

<b>8</b>	<b>Stereometrie</b>	<b>293</b>	
8.1	Grundlagen der Körperdarstellung	294	
8.1.1	Begriffe und Merkmale geometrischer Körper	294	
8.1.2	Projektionsarten	296	
8.1.3	Schräge Parallelprojektionen	297	
8.1.4	Senkrechte Parallelprojektionen	298	
8.1.5	Körpersnetze	301	
8.2	Grundlagen der Körperberechnung	302	
8.3	Würfel und Quader	303	
8.3.1	Begriffe und Formeln	303	
8.3.2	Darstellung von Würfeln und Quadern	304	
8.4	Prisma und Kreiszylinder	305	
8.4.1	Begriffe und Formeln	305	
8.4.2	Darstellung von Zylindern und Prismen	309	Überblick 312
8.5	Pyramide und Kreiskegel	313	
8.5.1	Begriffe und Formeln	313	
8.5.2	Darstellung von Pyramiden und Kegeln	318	
8.6	Pyramidenstumpf und Kegelstumpf	320	
8.7	Kugel	323	
8.8	Zusammengesetzte Körper	324	
8.9	Regelmäßige Polyeder	326	Überblick 328
<b>9</b>	<b>Stochastik</b>	<b>329</b>	
9.1	Kombinatorisches Rechnen; Zählstrategien	330	
9.1.1	Anordnungen	330	
9.1.2	Zählstrategien	334	
9.2	Elemente der beschreibenden Statistik	336	
9.2.1	Statistische Erhebungen (Erfassen und Auswerten von Daten)	336	
9.2.2	Statistische Kenngrößen (bei Häufigkeitsverteilungen)	341	
9.3	Wahrscheinlichkeitsrechnung	347	
9.3.1	Vorgänge mit zufälligem Ergebnis; zufällige Ereignisse	347	
9.3.2	Elementarer Wahrscheinlichkeitsbegriff; Berechnen von Wahrscheinlichkeiten	349	
9.3.3	Mehrstufige Zufallsversuche	350	
9.3.4	Zufallsgrößen und ihre Verteilung	356	Überblick 360
<b>10</b>	<b>Rechenhilfsmittel</b>	<b>361</b>	
10.1	Geschichtlicher Abriss	362	
10.2	Elektronische Hilfsmittel	365	
10.2.1	Elektronische Taschenrechner	365	
10.2.2	Grafikfähige Taschenrechner	368	
10.2.3	Computeralgebrasysteme	370	
10.2.4	Tabellenkalkulationsprogramme	372	
10.2.5	Dynamische Geometriesoftware	375	

<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>379</b>
	Übersicht zur Herkunft ausgewählter	
	mathematischer Begriffe .....	380
	Mathematische Zeichen und Symbole .....	383
	Griechisches Alphabet .....	384
	Römische Zahlzeichen .....	384
	Rundungsregeln .....	385
	Einheiten von Größen .....	385
	Nichtdezimale Einheiten (Auswahl) .....	386
	Maße im Haushalt .....	386
	Kettensatz .....	388
	Mischungsrechnen .....	388
	Register .....	389
	Bildquellenverzeichnis .....	400