

## Vorwort

v

## Inhaltsverzeichnis

viii

<b>1 Polynominterpolation</b>	<b>1</b>
1.1 Allgemeine Vorbetrachtungen, landausche Symbole . . . . .	1
1.1.1 Landausche Symbole . . . . .	2
1.2 Existenz und Eindeutigkeit bei der Polynominterpolation . . . . .	3
1.2.1 Die lagrangesche Interpolationsformel . . . . .	3
1.2.2 Erste Vorgehensweise zur Berechnung des interpolierenden Polynoms . . . . .	4
1.3 Neville-Schema . . . . .	5
1.4 Die newtonsche Interpolationsformel, dividierte Differenzen . . . . .	7
1.5 Fehlerdarstellungen zur Polynominterpolation . . . . .	10
1.6 Tschebyscheff-Polynome . . . . .	13
- Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	18
- Übungsaufgaben . . . . .	18
<b>2 Splinefunktionen</b>	<b>21</b>
2.1 Einführende Bemerkungen . . . . .	21
2.2 Interpolierende lineare Splinefunktionen . . . . .	22
2.2.1 Die Berechnung interpolierender linearer Splinefunktionen . . . . .	22
2.3 Minimaleigenschaften kubischer Splinefunktionen . . . . .	23
2.4 Die Berechnung interpolierender kubischer Splinefunktionen . . . . .	25
2.4.1 Vorüberlegungen . . . . .	25
2.4.2 Natürliche Randbedingungen . . . . .	28
2.4.3 Vollständige Randbedingungen . . . . .	28
2.4.4 Periodische Randbedingungen . . . . .	29
2.4.5 Existenz und Eindeutigkeit der betrachteten interpolierenden kubischen Splines . . . . .	29
2.5 Fehlerabschätzungen für interpolierende kubische Splines . . . . .	30
- Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	35
- Übungsaufgaben . . . . .	36
<b>3 Diskrete Fouriertransformation und Anwendungen</b>	<b>38</b>
3.1 Diskrete Fouriertransformation . . . . .	38
3.2 Anwendungen der diskreten Fouriertransformation . . . . .	39
3.2.1 Fourierreihen . . . . .	40
3.2.2 Zusammenhang zwischen komplexen Fourierkoeffizienten und der diskreten Fouriertransformation . . . . .	41
3.2.3 Trigonometrische Interpolation, Teil 1 . . . . .	42

3.2.4	Trigonometrische Interpolation, Teil 2 . . . . .	43
3.2.5	Trigonometrische Interpolation, Teil 3 . . . . .	43
3.2.6	Interpolierende reelle trigonometrische Polynome . . . . .	45
3.3	Schnelle Fourier-Transformation (FFT) . . . . .	47
3.3.1	Einführende Bemerkungen . . . . .	47
3.3.2	Der grundlegende Zusammenhang . . . . .	47
3.3.3	Bit-Umkehr . . . . .	49
3.3.4	Der FFT-Algorithmus in der Situation $N = 2^q$ . . . . .	50
3.3.5	Aufwandsbetrachtungen für den FFT-Algorithmus . . . . .	52
3.3.6	Pseudocode für den FFT-Algorithmus in der Situation $N = 2^q$ . . . . .	53
-	Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	53
-	Übungsaufgaben . . . . .	54
<b>4</b>	<b>Lösung linearer Gleichungssysteme</b> . . . . .	<b>57</b>
4.1	Gestaffelte lineare Gleichungssysteme . . . . .	57
4.1.1	Obere gestaffelte Gleichungssysteme . . . . .	57
4.1.2	Untere gestaffelte Gleichungssysteme . . . . .	58
4.2	Der Gauß-Algorithmus . . . . .	59
4.2.1	Einführende Bemerkungen . . . . .	59
4.2.2	Gauß-Algorithmus mit Pivotsuche . . . . .	62
4.3	Die Faktorisierung $PA = LR$ . . . . .	62
4.3.1	Permutationsmatrix . . . . .	63
4.3.2	Eliminationsmatrizen . . . . .	65
4.3.3	Die Faktorisierung $PA = LR$ . . . . .	67
4.4	$LR$ -Faktorisierung . . . . .	70
4.5	Cholesky-Faktorisierung positiv definiter Matrizen . . . . .	71
4.5.1	Grundbegriffe . . . . .	71
4.5.2	Die Berechnung einer Faktorisierung $A = LL^T$ für positiv definite Matrizen $A \in \mathbb{R}^{N \times N}$ . . . . .	74
4.5.3	Eine Klasse positiv definiter Matrizen . . . . .	75
4.6	Bandmatrizen . . . . .	76
4.7	Normen und Fehlerabschätzungen . . . . .	77
4.7.1	Normen . . . . .	78
4.7.2	Spezielle Matrixnormen . . . . .	81
4.7.3	Die Konditionszahl einer Matrix . . . . .	85
4.7.4	Störungsresultate für Matrizen . . . . .	85
4.7.5	Fehlerabschätzungen für fehlerbehaftete Gleichungssysteme . . . . .	87
4.8	Orthogonalisierungsverfahren . . . . .	88
4.8.1	Elementare Eigenschaften orthogonaler Matrizen . . . . .	88
4.8.2	Die Faktorisierung $A = QR$ mittels Gram-Schmidt-Orthogonalisierung . . . . .	89
4.8.3	Die Faktorisierung $A = QS$ mittels Householder-Transformationen . . . . .	91
4.8.4	Anwendung 1: Stabile Lösung schlecht konditionierter Gleichungssysteme $Ax = b$ . . . . .	94

4.8.5	Anwendung 2: Lineare Ausgleichsrechnung . . . . .	94
-	Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	96
-	Übungsaufgaben . . . . .	96
<b>5</b>	<b>Nichtlineare Gleichungssysteme</b>	<b>102</b>
5.1	Vorbemerkungen . . . . .	102
5.2	Der eindimensionale Fall . . . . .	103
5.2.1	Ein allgemeines Resultat . . . . .	103
5.2.2	Das Newton-Verfahren im eindimensionalen Fall . . . . .	104
5.3	Der banachsche Fixpunktsatz . . . . .	106
5.4	Das Newton-Verfahren im mehrdimensionalen Fall . . . . .	108
5.4.1	Einige Begriffe aus der Analysis . . . . .	109
5.4.2	Das Newton-Verfahren und seine Konvergenz . . . . .	110
5.4.3	Nullstellenbestimmung bei Polynomen . . . . .	112
-	Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	116
-	Übungsaufgaben . . . . .	117
<b>6</b>	<b>Numerische Integration von Funktionen</b>	<b>120</b>
6.1	Interpolatorische Quadraturformeln . . . . .	121
6.2	Spezielle interpolatorische Quadraturformeln . . . . .	122
6.2.1	Abgeschlossene Newton-Cotes-Formeln . . . . .	122
6.2.2	Andere interpolatorische Quadraturformeln . . . . .	124
6.3	Der Fehler bei der interpolatorischen Quadratur . . . . .	125
6.4	Genauigkeit abgeschlossener Newton-Cotes-Formeln . . . . .	128
6.4.1	Der Beweis von Lemma 6.15 . . . . .	130
6.5	Summierte Quadraturformeln . . . . .	132
6.5.1	Summierte Rechteckregeln . . . . .	133
6.5.2	Summierte Trapezregel . . . . .	134
6.5.3	Summierte Simpson-Regel . . . . .	135
6.6	Asymptotik der summierten Trapezregel . . . . .	135
6.6.1	Die Asymptotik . . . . .	136
6.7	Extrapolationsverfahren . . . . .	136
6.7.1	Grundidee . . . . .	136
6.7.2	Neville-Schema . . . . .	137
6.7.3	Verfahrensfehler bei der Extrapolation . . . . .	138
6.8	Gaußsche Quadraturformeln . . . . .	140
6.8.1	Einleitende Bemerkungen . . . . .	140
6.8.2	Orthogonale Polynome . . . . .	141
6.8.3	Optimale Wahl der Stützstellen und Gewichte . . . . .	144
6.8.4	Nullstellen von orthogonalen Polynomen als Eigenwerte . . . . .	147
6.9	Beweis der Asymptotik für die summierte Trapezregel . . . . .	149
6.9.1	Bernoulli-Polynome . . . . .	149
6.9.2	Der Beweis von Theorem 6.22 . . . . .	151
-	Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	152
-	Übungsaufgaben . . . . .	153

<b>7</b>	<b>Einschrittverfahren für Anfangswertprobleme</b>	<b>154</b>
7.1	Ein Existenz- und Eindeigkeitssatz . . . . .	154
7.2	Theorie der Einschrittverfahren . . . . .	156
7.2.1	Ein elementares Resultat zur Fehlerakkumulation . . . . .	158
7.3	Spezielle Einschrittverfahren . . . . .	159
7.3.1	Einschrittverfahren der Konsistenzordnung $p = 1$ . . . . .	159
7.3.2	Einschrittverfahren der Konsistenzordnung $p = 2$ . . . . .	160
7.3.3	Einschrittverfahren der Konsistenzordnung $p = 4$ . . . . .	162
7.4	Rundungsfehleranalyse . . . . .	162
7.5	Asymptotische Entwicklung der Approximationen . . . . .	164
7.5.1	Einführende Bemerkungen . . . . .	164
7.5.2	Herleitung der asymptotischen Entwicklung des globalen Verfahrensfehlers, 1. Teil . . . . .	165
7.5.3	Herleitung der asymptotischen Entwicklung des globalen Verfahrensfehlers, 2. Teil . . . . .	167
7.5.4	Asymptotische Entwicklungen des lokalen Verfahrensfehlers . . . . .	169
7.6	Extrapolationsmethoden für Einschrittverfahren . . . . .	170
7.7	Schrittweitensteuerung . . . . .	173
7.7.1	Verfahrensvorschrift . . . . .	173
7.7.2	Problemstellung . . . . .	174
7.7.3	Vorgehensweise bei gegebener Testschrittweite $h^{(k)}$ . . . . .	175
7.7.4	Bestimmung einer neuen Testschrittweite $h^{(k+1)}$ im Fall $\delta^{(k)} > \varepsilon$ . . . . .	176
7.7.5	Pseudocode zur Schrittweitensteuerung . . . . .	177
-	Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	177
-	Übungsaufgaben . . . . .	178
<b>8</b>	<b>Mehrschrittverfahren für Anfangswertprobleme</b>	<b>181</b>
8.1	Grundlegende Begriffe . . . . .	181
8.1.1	Mehrschrittverfahren . . . . .	181
8.1.2	Konvergenz- und Konsistenzordnung . . . . .	182
8.1.3	Nullstabilität, Lipschitzbedingung . . . . .	183
8.1.4	Übersicht . . . . .	184
8.2	Der globale Verfahrensfehler bei Mehrschrittverfahren . . . . .	184
8.2.1	Das Konvergenztheorem . . . . .	184
8.2.2	Hilfsresultat 1: Das Lemma von Gronwall . . . . .	187
8.2.3	Beschränktheit der Matrixfolge $A, A^2, A^3, \dots$ . . . . .	189
8.2.4	Die Konsistenzordnung linearer Mehrschrittverfahren . . . . .	190
8.3	Spezielle lineare Mehrschrittverfahren – Vorbereitungen . . . . .	192
8.4	Adams-Verfahren . . . . .	195
8.4.1	Der Ansatz . . . . .	195
8.4.2	Adams-Bashfort-Verfahren . . . . .	195
8.4.3	Adams-Moulton-Verfahren . . . . .	199
8.5	Nyström- und Milne-Simpson-Verfahren . . . . .	200
8.5.1	Der Ansatz . . . . .	200
8.5.2	Nyström-Verfahren . . . . .	201

8.5.3	Milne-Simpson-Verfahren . . . . .	202
8.6	BDF-Verfahren . . . . .	204
8.6.1	Der Ansatz . . . . .	205
8.6.2	Tabellarische Übersicht über spezielle Mehrschrittverfahren . .	207
8.7	Prädiktor-Korrektor-Verfahren . . . . .	207
8.7.1	Linearer Prädiktor/Linearer Korrektor . . . . .	211
8.8	Lineare homogene Differenzengleichungen . . . . .	212
8.8.1	Die Testgleichung . . . . .	212
8.8.2	Existenz und Eindeutigkeit bei linearen homogenen Differen- zengleichungen . . . . .	212
8.8.3	Die komplexwertige allgemeine Lösung der homogenen Diffe- renzengleichung $Lu = 0$ . . . . .	214
8.8.4	Die reellwertige allgemeine Lösung der homogenen Differenzen- gleichung $Lu = 0$ . . . . .	218
8.8.5	Eine spezielle Differenzengleichung . . . . .	219
8.9	Steife Differenzialgleichungen . . . . .	222
8.9.1	Einführende Bemerkungen . . . . .	222
8.9.2	Existenz und Eindeutigkeit der Lösung bei Anfangswertproble- men für Differenzialgleichungen mit oberer Lipschitzeigenschaft	223
8.9.3	Das implizite Euler-Verfahren für steife Differenzialgleichungen	227
8.9.4	Steife Differenzialgleichungen in den Anwendungen . . . . .	229
-	Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	230
-	Übungsaufgaben . . . . .	231
9	<b>Randwertprobleme</b> . . . . .	235
9.1	Problemstellung, Existenz, Eindeutigkeit . . . . .	235
9.1.1	Problemstellung . . . . .	235
9.1.2	Existenz und Eindeutigkeit der Lösung . . . . .	236
9.2	Differenzenverfahren . . . . .	238
9.2.1	Numerische Differenziation . . . . .	238
9.2.2	Der Ansatz für Differenzenverfahren . . . . .	239
9.2.3	Das Konvergenzresultat für Differenzenverfahren . . . . .	240
9.2.4	Vorbereitungen für den Beweis von Teil (a) des Theorems 9.10 .	242
9.2.5	Nachweis der Aussage in Teil (a) von Theorem 9.10 . . . . .	247
9.3	Galerkin-Verfahren . . . . .	247
9.3.1	Einführende Bemerkungen . . . . .	248
9.3.2	Eigenschaften des Differenzialoperators $\mathcal{L}u = -u'' + ru$ . . .	248
9.3.3	Galerkin-Verfahren – ein allgemeiner Ansatz . . . . .	251
9.3.4	Systemmatrix . . . . .	255
9.3.5	Finite-Elemente-Methode . . . . .	256
9.3.6	Anwendungen . . . . .	257
9.3.7	Das Energiefunktional . . . . .	259
9.4	Einfachschießverfahren . . . . .	261
9.4.1	Numerische Realisierung des Einfachschießverfahrens mit dem Newton-Verfahren . . . . .	262

9.4.2 Numerische Realisierung des Einfachschießverfahrens mit einer Fixpunktiteration . . . . .	263
- Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	263
- Übungsaufgaben . . . . .	264
<b>10 Gesamtschritt-, Einzelschritt- und Relaxationsverfahren</b>	<b>268</b>
10.1 Iterationsverfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme . . . . .	268
10.1.1 Hintergrund zum Einsatz iterativer Verfahren bei linearen Gleichungssystemen . . . . .	268
10.2 Lineare Fixpunktiteration . . . . .	269
10.2.1 Ein Modellbeispiel . . . . .	271
10.3 Einige spezielle Klassen von Matrizen . . . . .	273
10.3.1 Irreduzible Matrizen . . . . .	273
10.4 Das Gesamtschrittverfahren . . . . .	275
10.5 Das Einzelschrittverfahren . . . . .	278
10.5.1 Der Betrag einer Matrix . . . . .	278
10.5.2 Konvergenzergebnisse für das Einzelschrittverfahren . . . . .	279
10.6 Das Relaxationsverfahren und erste Konvergenzresultate . . . . .	281
10.6.1 M-Matrizen . . . . .	284
10.7 Relaxationsverfahren für konsistent geordnete Matrizen . . . . .	285
- Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	291
- Übungsaufgaben . . . . .	291
<b>11 CG- und GMRES-Verfahren</b>	<b>296</b>
11.1 Vorbetrachtungen . . . . .	296
11.1.1 Ausblick . . . . .	297
11.2 Der Ansatz des orthogonalen Residuums . . . . .	297
11.2.1 Existenz, Eindeutigkeit und Minimaleigenschaft . . . . .	298
11.2.2 Der Ansatz des orthogonalen Residuums (11.2) für gegebene A-konjugierte Basen . . . . .	299
11.3 Das CG-Verfahren für positiv definite Matrizen . . . . .	301
11.3.1 Einleitende Bemerkungen . . . . .	301
11.3.2 Die Berechnung A-konjugierter Suchrichtungen in $\mathcal{K}_n(A, b)$ . . . . .	301
11.3.3 Der Algorithmus zum CG-Verfahren . . . . .	303
11.4 Die Konvergenzgeschwindigkeit des CG-Verfahrens . . . . .	304
11.5 Das CG-Verfahren für die Normalgleichungen . . . . .	307
11.6 Arnoldi-Prozess . . . . .	308
11.6.1 Vorbetrachtungen zum GMRES-Verfahren . . . . .	308
11.6.2 Arnoldi-Prozess . . . . .	309
11.7 GMRES auf der Basis des Arnoldi-Prozesses . . . . .	312
11.7.1 Einführende Bemerkungen . . . . .	312
11.7.2 Allgemeine Vorgehensweise zur Lösung des betrachteten Minimierungsproblems . . . . .	313
11.7.3 Detaillierte Beschreibung der Vorgehensweise zur Lösung des betrachteten Minimierungsproblems . . . . .	314
11.7.4 MATLAB-Programm für GMRES . . . . .	316

11.8	Konvergenzgeschwindigkeit des GMRES-Verfahrens . . . . .	318
11.9	Nachtrag 1: Krylovräume . . . . .	318
11.10	Nachtrag 2: Programmsysteme mit Multifunktionalität . . . . .	319
-	Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	320
-	Übungsaufgaben . . . . .	321
<b>12</b>	<b>Eigenwertprobleme</b> . . . . .	<b>323</b>
12.1	Einleitung . . . . .	323
12.2	Störungstheorie für Eigenwertprobleme . . . . .	323
12.2.1	Diagonalisierbare Matrizen . . . . .	323
12.2.2	Der allgemeine Fall . . . . .	325
12.3	Lokalisierung von Eigenwerten . . . . .	327
12.4	Variationssätze für symmetrische Eigenwertprobleme . . . . .	330
12.5	Störungsergebnisse für Eigenwerte symmetrischer Matrizen . . . . .	332
12.6	Nachtrag: Faktorisierungen von Matrizen . . . . .	332
12.6.1	Symmetrische Matrizen . . . . .	333
12.6.2	Diagonalisierbare Matrizen . . . . .	333
12.6.3	Schur-Faktorisierung . . . . .	333
-	Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	334
-	Übungsaufgaben . . . . .	334
<b>13</b>	<b>Numerische Verfahren für Eigenwertprobleme</b> . . . . .	<b>337</b>
13.1	Einführende Bemerkungen . . . . .	337
13.1.1	Ähnlichkeitstransformationen . . . . .	337
13.1.2	Vektoriteration . . . . .	338
13.2	Transformation auf Hessenbergform . . . . .	339
13.2.1	Householder-Ähnlichkeitstransformationen zur Gewinnung von Hessenbergmatrizen . . . . .	339
13.2.2	Der symmetrische Fall . . . . .	341
13.3	Newton-Verfahren zur Berechnung von Eigenwerten . . . . .	342
13.3.1	Der nichtsymmetrische Fall. Die Methode von Hyman . . . . .	342
13.3.2	Das Newton-Verfahren zur Berechnung der Eigenwerte tridiagonal- er Matrizen . . . . .	344
13.4	Das Jacobi-Verfahren für symmetrische Matrizen . . . . .	346
13.4.1	Approximation der Eigenwerte durch Diagonaleinträge . . . . .	346
13.4.2	Givensrotationen zur Reduktion der Nichtdiagonaleinträge . . . . .	347
13.4.3	Zwei spezielle Jacobi-Verfahren . . . . .	350
13.5	Das $QR$ -Verfahren . . . . .	352
13.5.1	Eindeutigkeit und Stetigkeit der $QR$ -Faktorisierung einer Matrix . . . . .	352
13.5.2	Definition des $QR$ -Verfahrens . . . . .	355
13.5.3	Konvergenz des $QR$ -Verfahrens für betragsmäßig einfache Ei- genwerte . . . . .	356
13.5.4	Praktische Durchführung des $QR$ -Verfahrens für Hessenberg- matrizen . . . . .	359
13.6	Das $LR$ -Verfahren . . . . .	364
13.7	Die Vektoriteration . . . . .	364

13.7.1 Definition und Eigenschaften der Vektoriteration . . . . .	364
13.7.2 Spezielle Vektoriterationen . . . . .	366
- Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	367
- Übungsaufgaben . . . . .	367
<b>14 Restglieddarstellung nach Peano</b>	<b>370</b>
14.1 Einführende Bemerkungen . . . . .	370
14.2 Peano-Kerne . . . . .	371
14.3 Anwendungen . . . . .	373
14.3.1 Interpolation . . . . .	373
14.3.2 Numerische Integration . . . . .	374
- Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	374
- Übungsaufgaben . . . . .	374
<b>15 Approximationstheorie</b>	<b>376</b>
15.1 Einführende Bemerkungen . . . . .	376
15.2 Existenz eines Proximums . . . . .	377
15.3 Eindeutigkeit eines Proximums . . . . .	379
15.3.1 Einige Notationen; streng konvexe Mengen . . . . .	379
15.3.2 Strikt normierte Räume . . . . .	380
15.4 Approximationstheorie in Räumen mit Skalarprodukt . . . . .	382
15.4.1 Einige Grundlagen . . . . .	382
15.4.2 Proxima in linearen Unterräumen . . . . .	384
15.5 $\Pi_{n-1}$ -Proxima bzgl. Maximumnormen . . . . .	386
15.6 Anwendungen des Alternantensatzes . . . . .	389
15.6.1 Ein Beispiel . . . . .	389
15.6.2 Eine erste Anwendung des Alternantensatzes . . . . .	389
15.6.3 Eine zweite Anwendung des Alternantensatzes . . . . .	390
15.7 Haarsche Räume, Tschebyscheff-Systeme . . . . .	391
15.7.1 Alternantensatz für haarsche Räume . . . . .	392
15.7.2 Eindeutigkeit des Proximums . . . . .	393
15.7.3 Untere Schranken für den Minimalabstand . . . . .	393
- Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	394
- Übungsaufgaben . . . . .	394
<b>16 Rechnerarithmetik</b>	<b>396</b>
16.1 Zahlendarstellungen . . . . .	396
16.2 Allgemeine Gleitpunkt-Zahlensysteme . . . . .	397
16.2.1 Grundlegende Begriffe . . . . .	397
16.2.2 Struktur des normalisierten Gleitpunkt-Zahlensystems $\mathbb{F}$ . . . . .	398
16.2.3 Struktur des denormalisierten Gleitpunkt-Zahlensystems $\hat{\mathbb{F}}$ . . . . .	400
16.3 Gleitpunkt-Zahlensysteme in der Praxis . . . . .	401
16.3.1 Die Gleitpunktzahlen des Standards IEEE 754 . . . . .	401
16.3.2 Weitere Gleitpunkt-Zahlensysteme in der Praxis . . . . .	403
16.4 Runden, Abschneiden . . . . .	404
16.4.1 Runden . . . . .	404



16.4.2 Abschneiden . . . . .	406
16.5 Arithmetik in Gleitpunkt-Zahlensystemen . . . . .	407
16.5.1 Arithmetische Grundoperationen in Gleitpunkt-Zahlensystemen	408
16.5.2 Fehlerakkumulation bei der Hintereinanderausführung von Multiplikationen und Divisionen in Gleitpunkt-Zahlensystemen . .	408
16.5.3 Fehlerverstärkung bei der Hintereinanderausführung von Additionen in einem gegebenen Gleitpunkt-Zahlensystem $\mathbb{F}$ . . . . .	410
- Weitere Bemerkungen und Literaturhinweise . . . . .	412
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>413</b>
<b>Index</b>	<b>419</b>