

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	13
1.1 Mathematische Darstellung der theoretischen Elektrotechnik	13
1.2 Beispiele aus Elektrotechnik, Mechanik und Elektromechanik	15
1.2.1 Das Kondensatormikrophon	15
1.2.2 Bewegung einer Ladung im elektromagnetischen Feld	17
1.2.3 Der harmonische mechanische Oszillatator	23
1.2.4 Lagrange-Funktion und Duffingsches Problem	24
1.2.5 $\{L, D\}$ -Modell von Elementen höherer Ordnung	26
1.2.6 Aufstellung der nichtkonservativen Hamilton-Funktion für ein zweimaschiges elektrisches Netzwerk	29
1.3 Schlußbemerkungen	32
2 Mathematik - Ausgewählte Gebiete	35
2.1 Variationsrechnung	35
2.1.1 Aufgabenstellung	35
2.1.2 Notwendige Bedingungen für Extrema bei Funktionalen, die die Ableitung der gesuchten Funktion bis zur 1. Ordnung enthalten	39
2.1.3 Notwendige Bedingungen für Extrema bei Funktionalen, die die Ableitung der gesuchten Funktion bis zur Ordnung $n > 1$ enthalten	49
2.1.4 Fundamentallemma der Variationsrechnung und das Lemma von Du Bois-Reymond	52
2.2 Vektoren und Tensoren	55
2.2.1 Tensoren nullter und erster Stufe - Skalare und Vektoren	55
2.2.1.1 Basissysteme im E^n und E^3	56
2.2.1.2 Zerlegung von Vektoren über beliebigen Basen	60
2.2.1.3 Invarianz von Vektoren gegenüber Transformationen der Basis	60
2.2.1.4 Kovariante und kontravariante Basissysteme	61
2.2.1.5 Die metrischen Koeffizienten	62
2.2.1.6 Kontravariante und kovariante Koordinaten eines Vektors	64
2.2.1.7 Transformation der Koordinaten bei Basiswechsel	66

2.2.1.8	Darstellungen des Skalar- und Vektorproduktes	70
2.2.1.9	Orthogonale Basissysteme	72
2.2.2	Tensoren höherer Stufe	73
2.2.2.1	Tensoren zweiter und p -ter Stufe	73
2.2.2.2	Rechenoperationen für Tensoren	78
2.2.3	Tensoren im euklidischen Raum	83
2.2.3.1	Der n -dimensionale euklidische Vektorraum E^n	83
2.2.3.2	Orthonormierte Basisvektoren	86
2.2.3.3	Tensoren im E^n	87
2.2.3.4	Orthonormierte Transformationen	88
2.2.3.5	Die Hauptachsentransformation eines symmetrischen Tensors zweiter Stufe	90
2.2.3.6	Die Koordinatenarten eines Tensors	92
2.2.4	Tensoranalysis im Euklidischen Raum	93
2.2.4.1	Geradlinige Koordinaten	94
2.2.4.2	Krummlinige Koordinaten	96
2.2.4.3	Tensoren in krummlinigen Koordinaten	99
2.2.4.4	Parallelverschiebung, absolutes Differential, kovariante Ableitung	101
2.2.4.5	Krummlinige Koordinaten im euklidischen Raum	104
2.2.4.6	Die Christoffelsymbole	106
2.2.4.7	Der Nabla-Operator in krummlinigen Koordinaten	108
2.2.4.8	Umrechnung von Gradient, Divergenz und Rotation in Kugelkoordinaten	110
2.2.4.9	Differentiation von Tensoren zweiter und höherer Stufe	112
2.3	Fourierreihen	115
2.3.1	Periodische Funktionen	116
2.3.2	Trigonometrische Reihen, Fourier-Koeffizienten	117
2.3.3	Beispiele für Fourier-Reihen	120
2.3.4	Die Besselsche Ungleichung	123
2.3.5	Zur komplexen Schreibweise von Fourier-Reihen	124
2.4	Distributionen - Verallgemeinerung des klassischen Funktionsbegriffes	126
2.4.1	Motivation, Beispiel und Definition	126
2.4.2	Stetige Funktionen und Distributionen	130
2.4.3	Das Rechnen mit Distributionen	132
2.4.3.1	Algebraische Grundoperationen	132
2.4.3.2	Differentiation und Beispiele	133
2.5	Die Fourier- und Laplace-Transformation	136
2.5.1	Die Fouriertransformation	136

2.5.2	Die Laplace-Transformation	139
3	Wirkungsintegral und Maxwellsche Gleichungen	145
3.1	Ereignisse in Raum und Zeit	146
3.1.1	Koordinatensysteme	146
3.1.2	Relativitätsprinzip und Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit	147
3.1.3	Ereignis und Bezugssystem	147
3.1.4	Der Abstand	150
3.1.5	Die Eigenzeit	152
3.2	Lorentz-Transformation	153
3.2.1	Herleitung der Transformation	153
3.2.2	Galilei-Transformation	157
3.2.3	Sonderfall der Lorentz-Transformation	158
3.2.4	Umkehrtransformation	158
3.3	Vierertensoren erster Stufe	158
3.3.1	Vierervektoren	158
3.3.2	Lichtausbreitung in bewegten Bezugssystemen	161
3.3.3	Invarianz des Lichtkegels	163
3.3.4	Vierergradient des skalaren Potentials und der Wellenoperator	165
3.3.5	Vierergeschwindigkeit	166
3.4	Das Wirkungsintegral	168
3.4.1	Wirkungsintegral des Feldes	168
3.4.2	Wirkungsintegral auf Grund der Eigenschaften der Teilchen	169
3.4.3	Wirkungsintegral infolge der Wechselwirkung zwischen Feld und Teilchen	171
3.5	Die Lagrange-Funktionen der Wirkungsintegrale	173
3.5.1	Lagrange-Funktion einer Ladung im elektromagnetischen Feld	173
3.5.2	Der Feldtensor und die Berechnung von Invarianten	173
3.5.2.1	Der Tensor des elektromagnetischen Feldes	173
3.5.2.2	Invarianten des elektromagnetischen Feldes	176
3.5.3	Dreidimensionale Darstellung des Wirkungsintegrals des Feldes und seine Lagrange-Funktion	178
3.5.4	Gesamtwirkungsintegral von Feld und Ladungen	179
3.5.5	Die Lagrange-Funktion zum Gesamtwirkungsintegral	180
3.6	Grundgleichungen der Elektromagnetik	181
3.6.1	Die erste Gruppe der Maxwellschen Gleichungen	181
3.6.2	Die zweite Gruppe der Maxwellschen Gleichungen	183
3.6.2.1	Vierervektor der Stromdichte	184

3.6.2.2	Herleitung der zweiten Gleichungsgruppe aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung	185
3.7	Zusammenstellung der Formen von Gesamtwirkungsintegral und Gesamt-Lagrange-Funktion	189
3.8	Drei- und vierdimensionale Form der Kontinuitätsgleichung	190
3.9	Dimensionen und Bezeichnung der Feldgrößen	193
3.9.1	Die Dimensionen der drei- und vierdimensionalen Feldgrößen	193
3.9.2	Bezeichnung der Feldgrößen der Elektromagnetik	194
3.10	Die Eichinvarianz	195
3.11	Gliederung der elektromagnetischen Felder	197
3.11.1	Gliederung nach den Materialeigenschaften	197
3.11.2	Gliederung nach dem Zeitverhalten	198
3.11.2.1	Statische Felder	198
3.11.2.2	Stationäre Felder	198
3.11.2.3	Quasistationäre Felder	199
3.11.2.4	Rasch veränderliche elektromagnetische Felder	199
3.12	Aufgaben	199
4	Tensoren der Elektromagnetik	209
4.1	Tensor des elektromagnetischen Feldes	210
4.2	Energieströmung, Leistungsbilanz und Poynting-Vektor	211
4.3	Der Energie-Impuls-Tensor	217
4.3.1	Herleitung des Energie-Impuls-Tensors aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung	217
4.3.2	Die Koordinaten des Energie-Impuls-Tensors	221
4.3.3	Energie-Impuls-Tensor der Elektromagnetik	225