

Vorwort	vii
1 Einführung in die euklidische Geometrie	1
1.1 Isometrien	1
1.2 Figuren und Permutationen	4
1.3 Struktur von Isometrien	7
1.4 Höherdimensionale Räume	10
2 Einführung in Gruppen	13
2.1 Gruppdefinition und die Diedergruppen	13
2.2 Gruppenordnung und abelsche Gruppen	18
2.3 Zyklische Gruppen	22
2.4 Eigenschaften von Gruppen	25
2.5 Die Ordnung eines Elements	27
3 Untergruppen und Homomorphismen	33
3.1 Untergruppen	33
3.2 Nebenklassen und der Satz von Lagrange	41
3.3 Homomorphismen	45
3.4 Normalteiler	52
3.5 Translationen	56
4 Gruppenoperationen	61
4.1 Die symmetrische Gruppe	61
4.2 Operationen von Gruppen auf Mengen	66
4.3 Die Bahnformel und die Klassengleichung	72
4.4 Cayley-Graphen	77
4.5 Eine Zerlegung der Ebene	82
5 Gruppenpräsentationen	89
5.1 Gruppenpräsentationen	89
5.2 Freie Gruppen	94
5.3 Tietze Transformationen und Entscheidbarkeit	99

6	Produkte von Gruppen	105
6.1	Das direkte Produkt	105
6.2	Das freie Produkt	109
6.3	Das semidirekte Produkt	111
6.4	Diskontinuierliche Gruppen und Translationen	115
7	Endliche Gruppen	119
7.1	Ein Beispiel	119
7.2	Die Sylowsätze	121
7.3	Einige Gruppen kleiner Ordnung	125
7.4	Die orthogonale Gruppe	129
7.5	Reguläre Zerlegungen der 2-Sphäre	132
8	Die hyperbolische Ebene	139
8.1	Axiomatische Geometrie	139
8.2	Isometrien in der hyperbolischen Ebene	143
8.3	Zerlegungen der hyperbolischen Ebene	148
9	Hyperbolische Gruppen	155
9.1	van Kampen Diagramme	155
9.2	Quasi-Isometrien und der Satz von Švarc-Milnor	159
9.3	Isoperimetrische Ungleichungen	161
9.4	Hyperbolische Gruppen	166
9.5	Kämmungen	172
Anhang		175
A	Die Isometrien der Ebene	175
B	Matrizen	177
C	Zeichenerklärung	181
D	Wichtige Gruppen	183
E	Verwendete GAP Kommandos	184
F	Lösungshinweise zu den Übungsaufgaben	185
G	Erläuterungen zur Literatur	201
Literaturverzeichnis		203
Index		208