

Inhaltsverzeichnis

Einführung	1
1 Differenzierbare Mannigfaltigkeiten	9
1.1 Karten und Atlanten	9
1.2 Topologisierung	13
1.3 Untermannigfaltigkeiten von \mathbb{R}^m	14
2 Tangentenvektoren	19
2.1 Der Tangentialraum	19
2.2 Erzeugung von Tangentenvektoren	21
2.3 Vektorfelder	24
2.4 Die Lie-Klammer	25
3 Tensoren	28
3.1 Einführung	28
3.2 Multilinearformen	29
3.3 Komponenten	31
3.4 Operationen mit Tensoren	33
3.5 Tensoren auf euklidischen Räumen	35
4 Semi-Riemann'sche Mannigfaltigkeiten	39
4.1 Tensorfelder	39
4.2 Riemann'sche Mannigfaltigkeiten	41
4.3 Bilinearformen	42
4.4 Orientierung	45
4.5 Raumzeit	48
5 Spezielle Relativitätstheorie	52
5.1 Kinematik	52
5.2 Dynamik	57

5.3	Elektrodynamik	59
6	Differentialformen	62
6.1	p -Formen	62
6.2	Das Keilprodukt	64
6.3	Der Hodge-Stern-Operator	65
6.4	Äußere Differentiation	69
6.5	Die Maxwell-Gleichungen im Vakuum	76
7	Die kovariante Ableitung von Vektorfeldern	79
7.1	Die Richtungsableitung in \mathbb{R}^n	79
7.2	Der Levi-Civita-Zusammenhang	80
7.3	Christoffel-Symbole	82
7.4	Kovariante Ableitung auf Hyperflächen	84
7.5	Die kovariante Ableitung in der Schwarzschild-Raumzeit	87
8	Krümmung	89
8.1	Der Krümmungstensor	89
8.2	Die Weingarten-Abbildung	92
8.3	Der Ricci-Tensor	97
8.4	Die Krümmung der Schwarzschild-Raumzeit	99
8.5	Zusammenhangsformen und Krümmungsformen	101
9	Materie	108
9.1	Masse	108
9.2	Energie und Impuls einer Strömung	109
9.3	Der Energie-Impuls-Tensor	112
9.4	Ladung	115
9.5	Energie und Impuls im elektromagnetischen Feld	117
9.6	Die Einstein'sche Feldgleichung	122
9.7	Kugelsymmetrische Lösungen	123
9.8	Äußere und innere Schwarzschild-Metrik	126
10	Geodäten	130
10.1	Zeit	130

10.2	Die Euler-Lagrange-Gleichungen	132
10.3	Die Geodätengleichung	133
10.4	Die geodätische Abweichung	137
10.5	Periheldrehung	142
10.6	Lichtablenkung	146
10.7	Rotverschiebung	148
11	Kovariante Differentiation von Tensorfeldern	150
11.1	Paralleltransport von Vektoren	150
11.2	Paralleltransport von Tensoren	153
11.3	Rechenregeln und Komponentendarstellung	155
11.4	Die zweite Bianchi-Identität	158
11.5	Divergenz	159
12	Die Lie-Ableitung	162
12.1	Der Fluss und seine Tangenten	162
12.2	Pull-back und Push-forward	164
12.3	Axiomatischer Zugang	168
12.4	Die Ableitungsformel	169
12.5	Komponentendarstellung	171
12.6	Killing-Vektoren	172
12.7	Die Lie-Ableitung von Differentialformen	174
13	Integration auf Mannigfaltigkeiten	176
13.1	Einführung	176
13.2	Zerlegung der Eins	177
13.3	Integrale	181
13.4	Berandete Mannigfaltigkeiten	184
13.5	Integralsätze	185
13.6	Extremalprinzipien	187
14	Nichtrotierende Schwarze Löcher	193
14.1	Die Schwarzschild-Halbebene	193
14.2	Optik Schwarzer Löcher	198

14.3	Die Kruskal-Ebene	202
15	Kosmologie	206
15.1	Räume konstanter Krümmung	206
15.2	Die Robertson-Walker-Metrik	210
15.3	Weltmodelle	214
16	Rotierende Schwarze Löcher	218
16.1	Die Kerr-Metrik	218
16.2	Andere Darstellungen der Kerr-Metrik	221
16.3	Kausale Struktur	224
16.4	Kovariante Ableitung und Krümmung	226
16.5	Erhaltungssätze	230
Literaturverzeichnis		236
Index		238