
Inhaltsverzeichnis

1	Einführung und Grundlagen der Randelementmethode	1
1.1	Einführung und Überblick	1
1.2	Vergleich der Randelementmethode mit der Methode der Finiten Elemente	3
1.3	Grundlagen der Randelementmethode	5
1.3.1	Techniken gewichteter Residuen	5
1.3.2	Transformation einer Differentialgleichung auf den Rand	10
1.4	Eindimensionale Beispiele	13
1.4.1	Stab unter Streckenlast	13
1.4.2	Balken unter Biegebelastung	17
1.5	Allgemeine Vorgehensweise zur BEM- Formulierung	30
2	Mehrdimensionale Probleme: Wärmeleitung	33
2.1	Die Feldgleichung der Wärmeleitung	33
2.2	Ebene Problemstellung	35
2.3	Räumliche Problemstellung	38
2.4	Randelementformulierung der Laplace-Gleichung	39
2.4.1	Schwache Form der Differentialgleichung	39
2.4.2	Transformation auf den Rand	39
2.4.3	Wahl der Fundamentallösung als Wichtungsfunktion	45
2.4.4	Randintegralgleichung des ebenen Problems	46
2.4.5	Das Prinzip der Kollokationsmethode	53
2.4.6	Beispiel zur Wärmeleitung	54
2.4.7	Berechnung der Lösung für innere Punkte	64
2.5	Randelementformulierung der Poisson-Gleichung	65
2.5.1	Berechnung von Gebietsintegralen durch Integration	66
2.5.2	Berechnung von Gebietsintegralen durch Transformation auf den Rand	68
2.5.3	Berechnen der unbekannten Randwerte	72
2.6	Orthotrope Wärmeleitung	72
2.7	Indirekte Berechnung der Hauptdiagonalelemente der Matrix H'	74

2.8	Konzentrierte Wärmequellen	74
2.9	Substrukturtechnik	75
2.10	Beispiel: Orthotrope Wärmeleitung und Gebietskopplung	77
3	Anwendungen der BEM in der Elastomechanik	83
3.1	Grundlagen der Kontinuumsmechanik	83
3.1.1	Kinematik der Verformung	83
3.1.2	Bilanzgleichungen der Kontinuumsmechanik	93
3.1.3	Das Stoffgesetz	100
3.1.4	Lamé-Navier-Gleichungen	101
3.2	Integralformulierung der Bewegungsgleichung	104
3.2.1	Vorbemerkung	104
3.2.2	Schwache Form der Bewegungsgleichung	104
3.2.3	Inverse Form der gewichteten Gleichung	106
3.2.4	Somigliana-Identität, Verschiebungsgleichung	109
3.3	Übergang zur Randintegralgleichung	112
3.4	Numerische Implementierung der Randintegralgleichung	115
3.4.1	Ortsdiskretisierung	116
3.4.2	Diskretisierung der Randlösung	118
3.4.3	Aufbau des Gleichungssystems mit der Kollokationsmethode	120
3.5	Beispiel: Berechnung im Frequenzbereich	123
3.5.1	Lamé-Navier Gleichungen in Zylinderkoordinaten	123
3.5.2	Symmetriebedingungen	124
3.5.3	Näherungslösung des Feldproblems	125
3.5.4	Anpassung an Randbedingungen	127
3.5.5	Statischer Fall	131
3.5.6	Eindimensionaler Fall	132
3.5.7	Vergleich BEM – analytische Lösung	132
4	Numerische Integration	137
4.1	Quadraturformeln	137
4.2	Eindimensionale Integration	137
4.2.1	Rechteckverfahren	137
4.2.2	Sehnentrapezformel	138
4.2.3	Simpsonregel	139
4.2.4	Vergleich der Verfahren	140
4.2.5	Gaußsche Quadraturformeln	141
4.2.6	Ermittlung von Gauß-Quadraturformeln	144
4.3	Mehrdimensionale Integration	152
4.4	Singuläre Integration	156
4.4.1	Schwach singuläre Integration	156
4.4.2	Stark singuläre (Cauchy-singuläre) Integration	161

Anhang A Fundamentallösungen	169
Anhang B Sommerfeldsche Ausstrahlungsbedingung	191
Literatur	193
Sachverzeichnis	195