

# ***Inhaltsverzeichnis***

<b><i>Einführung</i></b>	<b>15</b>
Zu diesem Buch	15
Konventionen in diesem Buch	16
Was Sie nicht lesen müssen	16
Törichte Annahmen über den Leser	16
Wie dieses Buch aufgebaut ist	16
Teil I: Grundlagen der linearen Algebra	17
Teil II: Landschaftserkundung zur linearen Algebra	17
Teil III: Lineare Algebra for Runaway Dummies	18
Teil IV: Top Ten Teil	18
Symbole in diesem Buch	18
Wie es weitergeht	19
 <b><i>Teil I</i></b>	
<b><i>Grundlagen der Algebra</i></b>	<b>21</b>
 <b><i>Kapitel 1</i></b>	
<b><i>Die bunte Welt der linearen Algebra</i></b>	<b>23</b>
Dafür braucht man lineare Algebra	24
Systeme von Gleichungen lösen	25
Geometrische Rätsel knacken	26
Die Bausteine der linearen Algebra erkennen	28
Körper und Vektorräume	28
Sinnvolle Verknüpfungen von Vektoren	28
Die Werte in Reih' und Glied bringen	29
Matrizen und ihre Verknüpfungen	32
Determinanten	34
Alles in einen linearen Zusammenhang bringen	35
Lineare Abbildungen	35
 <b><i>Kapitel 2</i></b>	
<b><i>Körper und andere Welten</i></b>	<b>39</b>
Verkündigung der Körpergesetze	39
Der Begriff des »Körpers«	39
Das Assoziativgesetz	41
Das Kommutativgesetz	45
Das neutrale Element	48

## ***Lineare Algebra kompakt für Dummies***

Inverse Elemente	49
Das Distributivgesetz	51
Die Algebraische Struktur der Körper	52
Endlich unendliche Körper	54
Der kleinste Körper	54
Die klassischen Zahlkörper	56
Na so was: die Restklassenkörper	57

### ***Kapitel 3***

#### ***Wen Amors Vektor trifft*** **61**

Woher die Vektoren kommen	61
Erweitern Sie Ihren Horizont – um $n$ Dimensionen	62
Grundlegende Vektoroperationen	64
Addition und Subtraktion von Vektoren	65
Skalare Multiplikation von Vektoren	67
Das Skalarprodukt von Vektoren	68
Die Norm eines Vektors	70
Das Vektorprodukt	73
Der Winkel zwischen Vektoren	74
Diese Vektoren sind nicht normal	77
Jetzt wird es eng: der $n$ -Raum	78
Der Euklidische $n$ -Raum	79
Der komplexe $n$ -Raum	81
Warum das alles kein Unsinn ist	82
Die größten Irrtümer der Naturwissenschaften	82
Arbeit und Kraft	83
Das Drehmoment	84
Tricks mit Vektoren	86
Der Kosinussatz	86

### ***Teil II***

#### ***Landschaftserkundung zur linearen Algebra*** **89**

### ***Kapitel 4***

#### ***Vektorräume mit Aussicht*** **91**

Räume voller Vektoren	91
Vektorraumoperationen	92
Addition von Vektoren	93
Skalare Multiplikation	93
Vektorraumeigenschaften	95
Massenhaft Beispiele für Vektorräume	96
Vektorräume aus $n$ -Tupeln	96
Vektorräume aus Polynomen	97

Vektorräume aus Matrizen	99
Vektorräume von Folgen und Funktionen	100
Vektorräume aus linearen Abbildungen	102
Vektorräume aus Körpern	103
Unterräume – aber nicht im Kellergeschoss	104
Die formale Spezifikation der Unterräume	104
Eine Abkürzung zu den Unterräumen	106
Aufräumen in den Unterräumen	107
Summen von Unterräumen	111
Direkte Summen von Unterräumen	113

## **Kapitel 5**

### **LGS – Auf lineare Steine können Sie bauen** **117**

Wie lineare Gleichungssysteme entstehen	117
Darstellungsmöglichkeiten linearer Gleichungssysteme	121
Die Quadratische Form	122
Die Stufenform	124
Die Idealform	125
Prinzipielle Lösungsmengen von LGSen	127
Eindeutige Lösung	128
Freie Parameter in der Lösung	128
Keine Lösungen	131
Das Gauß'sche Eliminationsverfahren zur Lösung von LGSen	131
Carl Friedrich Gauß	132
Der Gauß-Jordan-Algorithmus	136
Lösung eines LGS über die erweiterte Koeffizientenmatrix	138
So geht es auch: LR-Zerlegung nach Gauß	140
Determinanten zur Bestimmung von Lösungen	143
Lösung à la Cramer & Cramer	144
Inverse Matrizen zur Lösung einer Matrixgleichung	145
Parametrisierte LGS	146

## **Kapitel 6**

### **Die Matrix ist überall** **155**

Wie eine Matrix das Leben erleichtert	155
Lineare Gleichungssysteme als Matrizen darstellen	156
Grundlegende Matrixoperationen	158
Addition von Matrizen	158
Skalare Multiplikation von Matrizen	159
Matrix-Vektorprodukt	161
Matrixmultiplikation	162
Transposition von Matrizen	165
Der Rang einer Matrix	166

## ***Lineare Algebra kompakt für Dummies***

Attribute von Matrizen	168
Quadratische Matrizen	168
Reguläre Matrizen	170
Idempotente Matrizen	171
Diagonalmatrizen	172
Adjungierte von Matrizen bestimmen	173
Komplementäre Matrizen erzeugen	174
Matrizen invertieren	176
Mittels Determinanten und Adjunkten	177
Mittels Gauß-Jordan-Algorithmus	177
Der Matrix auf der Spur	179

## ***Teil III***

## ***Lineare Algebra for Runaway Dummies*** **181**

### ***Kapitel 7***

### ***Die lineare Unabhängigkeitserklärung*** **183**

Wir kombinieren linear	183
Warum unabhängig besser ist als abhängig	185
Bestimmung der linearen Unabhängigkeit	186
Bei n-Tupel-Vektoren	187
Bei Polynomen	190
Bei Matrizen	191
Im Allgemeinen	194
Fallstricke der linearen Unabhängigkeit	198

### ***Kapitel 8***

### ***Basen, keine lästige Verwandtschaft*** **201**

Auf dieser Basis beruht unsere Arbeit	201
Erzeugende Systeme	206
Lineare Hüllen als Unterräume	207
Lineare Unabhängigkeit von Basisvektoren	209
Erzeugte Unterräume	210
Matrizen und Basen: So geht das!	214
Dimensionen und Basisvektoren	215
Jetzt haben Sie endlich die Koordinaten	216
Basen für Orthonormal-Verbraucher	217

**Kapitel 9**

<b>Ganz bestimmte Determinanten</b>	<b>219</b>
Warum Determinanten wichtig sind	219
Was Permutationen mit Determinanten zu tun haben	221
Berechnung von Determinanten	222
Determinanten von $2 \times 2$ -Matrizen	222
Determinanten mit der Regel von Sarrus berechnen	224
Berechnung von Determinanten im Allgemeinen	227
Rechenregeln für Determinanten	228
Wie sich die Transpositionen auf Determinanten auswirken	229
Diagonalmatrizen sind die besten Freunde von Determinanten	229
Die Determinante der Einheitsmatrix	230
Skalare Multiplikation und Determinanten	230
Determinanten und der Zeilentausch/Spaltentausch	231
Leibniz trifft auf Gauß	232
Determinantenberechnung für Dreiecksmatrizen	233
Zusammenhang zwischen Determinante und Invertierbarkeit einer Matrix	233
Unterdeterminanten	234
Rekursion	234
Der Entwicklungssatz	236

**Teil IV****Top Ten Teil** **239****Kapitel 10**

<b>Lineare Algebra in zehn Minuten</b>	<b>241</b>
Linearität verstehen und keine Angst vor Algebra haben	241
Den Körper als Freund betrachten	241
Mit diesen Vektoren können Sie rechnen	241
Räume voller Vektoren	242
Gleichungssysteme mit geometrischen Objekten identifizieren	242
LGSe mit unterschiedlichen Methoden lösen	242
Keiner entkommt der Matrix	242
Noch unabhängiger als die Schweiz	243
Neues Verständnis von Koordinaten	243
Determinanten sind das Herz einer Matrix	243

**Stichwortverzeichnis** **245**