

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Begriffe der Differentialgeometrie</b>	<b>7</b>
2.1	Mannigfaltigkeit, glatte Abbildung und Untermannigfaltigkeit . . . . .	7
2.2	Bündel und Schnitt . . . . .	9
2.3	Vektoren und Differentialformen . . . . .	10
2.3.1	Tangentialbündel und Vektorfelder . . . . .	10
2.3.2	Kotangentialbündel und 1-Formen . . . . .	12
2.3.3	Differentialformen höherer Stufe . . . . .	14
2.4	Distribution, Kodistribution und Integrabilität . . . . .	17
2.4.1	Distribution und Kodistribution . . . . .	17
2.4.2	Integrabilität, Integralmannigfaltigkeit und flache Karte . . . . .	17
2.5	Strahlen (Jets) und Prolongationen . . . . .	19
2.5.1	Jet-Bündel und Prolongationen . . . . .	19
2.5.2	Jets unendlicher Ordnung . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Geometrie gewöhnlicher Differentialgleichungen</b>	<b>25</b>
3.1	Differentialgleichungen als geometrisches Objekt . . . . .	26
3.2	Unterbestimmte Differentialgleichung und Diffietät . . . . .	27
3.2.1	Systeme in Zustandsdarstellung . . . . .	27
3.2.2	Implizite Differentialgleichungssysteme . . . . .	28
3.3	Äquivalenz von Differentialgleichungen . . . . .	29
3.3.1	Äquivalenz von Zustandsdarstellungen . . . . .	29
3.3.2	Äquivalenz impliziter Systeme . . . . .	31
3.4	Differentielle Flachheit . . . . .	31
3.4.1	Definition und geometrische Formulierung . . . . .	31
3.4.2	Steuerbarkeit flacher Systeme . . . . .	33
3.4.3	Endogene Rückführungen und Linearisierbarkeit . . . . .	33
<b>4</b>	<b>Konstruktion flacher Ausgänge</b>	<b>35</b>
4.1	Motivation des geometrischen Zugangs . . . . .	35
4.2	Differentialgleichung und Tangentialsystem . . . . .	38

4.3	Basis und duale Basis des Tangentialsystems . . . . .	40
4.3.1	Algebraische Eigenschaften und Smith-Form . . . . .	40
4.3.2	Algorithmus zur Berechnung der dualen Basis des Tangentialsystems . . . . .	42
4.3.3	Tangentialsystem differentiell flacher Systeme . . . . .	46
4.4	Integrabilitätsbedingungen und flacher Ausgang . . . . .	49
4.5	Resümee . . . . .	51
5	<b>Beispiele zur Berechnung flacher Ausgänge und spezielle Systemklassen</b> . . . . .	53
5.1	Beispiele . . . . .	53
5.1.1	Akademisches Beispiel 1 . . . . .	53
5.1.2	Akademisches Beispiel 2 . . . . .	55
5.1.3	Akademisches Beispiel 3 . . . . .	57
5.1.4	Akademisches Beispiel 4 . . . . .	58
5.1.5	Der Brockett-Integrator . . . . .	59
5.1.6	Die Eulerschen Kreisgleichungen . . . . .	61
5.1.7	Ein kinematisches Fahrzeugmodell . . . . .	63
5.1.8	Ein Hochsetzsteller . . . . .	66
5.1.9	Ein Einradfahrer . . . . .	68
5.1.10	Der Senkrechtstarter . . . . .	71
5.1.11	Das rollende Rad . . . . .	74
5.2	Aussagen für spezielle Systemklassen . . . . .	77
5.2.1	Explizite Systeme mit einer Eingangsgröße . . . . .	77
5.2.2	Systeme mit $n$ Zuständen und $n - 1$ Eingängen . . . . .	82
6	<b>Lineare zeitinvariante Systeme und statische Ausgangsrückführungen</b> . . . . .	87
6.1	Lineare zeitinvariante Systeme und rationale Vektorräume . . . . .	87
6.2	Minimale polynomiale Basis . . . . .	89
6.3	Polynomiale Basen und Normalformen . . . . .	94
6.3.1	Berechnung der Normalform . . . . .	94
6.3.2	Regelungsnormalform . . . . .	95
6.3.3	Eine verallgemeinerte Regelungsnormalform . . . . .	96
6.3.4	Nichtminimale Basis und dynamische Erweiterung . . . . .	98
6.3.5	Parametrierung von Trajektorien und Differenzierbarkeitsforderungen . . . . .	99
6.3.6	Zur dynamischen Ordnung eines Deskriptorsystems . . . . .	100
6.4	Polplatzierung durch statische Ausgangsrückführungen . . . . .	102
6.4.1	Eine notwendige und hinreichende Bedingung . . . . .	105
6.4.2	Ein Algorithmus zur Bestimmung von Ausgangsrückführungen mit geringer Verstärkung . . . . .	114
6.4.3	Rückführungen vorgegebener Struktur . . . . .	122
6.5	Resümee . . . . .	125

---

<b>7 Zusammenfassung</b>	<b>127</b>
<b>A Ergänzungen</b>	<b>131</b>
A.1 Mathematische Begriffe . . . . .	131
A.2 Smith–Normalform . . . . .	132
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>133</b>
Symbole . . . . .	133
Matrizen und Matrixoperationen . . . . .	134
Funktionen und Operatoren . . . . .	134
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>135</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>137</b>