
Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Versicherung und stochastische Modelle	1
1.2	Abkürzungen und mathematische Notation	4
1.2.1	Abkürzungen	4
1.2.2	Mathematische Notation	4
2	Modelle für individuelle Risiken	7
2.1	Einleitung	7
2.1.1	Wichtige Verlust-Verteilungen	8
2.1.2	Eigenschaften von Verlust-Verteilungen	13
2.2	Ausfallrate	17
2.2.1	Definitionen	17
2.2.2	Monotonie und Schwanz-Verhalten	19
2.3	Exzess-Funktion	22
2.4	Maximaler Verlust, Pareto-Typ und subexponentielle Verteilungen	27
2.4.1	Verteilung des größten Schadensbetrags	28
2.4.2	Pareto-Typ, Fréchet-Grenzwertsatz und Approximation der Exzess-Funktion	30
2.4.3	Subexponentielle Verteilungen	34
2.4.4	Fisher-Tippett-Grenzwertsatz	39
2.5	Risikomaße	42
2.5.1	Kohärentes Risikomaß	42
2.5.2	Value-at-Risk	44
2.5.3	Tail-Value-at-Risk	44
2.6	Aufgaben	46
3	Zählprozesse und zusammengesetzte Prozesse	51
3.1	Einleitung	51
3.2	Allgemeine Definitionen	51
3.3	Geburtsprozesse	55
3.3.1	Allgemeine Definition und Formel	55

3.3.2	Einführung zum Poisson-Prozess	56
3.3.3	Prozesse mit Ansteckung: binomiale und negativ-binomiale Prozesse	58
3.4	Zusammengesetzte Prozesse	60
3.5	Poisson-Prozesse	63
3.5.1	Eigenschaften des Poisson-Prozesses	63
3.5.2	Gemischter Poisson-Prozess	71
3.5.3	Poisson-Shot-Noise-Prozess	73
3.5.4	Poisson-random Measures	75
3.6	Aufgaben	80
4	Risikoprozess und Ruintheorie	87
4.1	Einleitung	87
4.1.1	Die Komponente des Risikoprozesses	88
4.1.2	Ruinwahrscheinlichkeiten	89
4.1.3	Verallgemeinerte Risikoprozesse	92
4.2	Einige grundlegende Resultate	96
4.3	Zusammenhänge mit der Warteschlangentheorie	100
4.4	Integrodifferentialgleichung zur Ruinwahrscheinlichkeit	102
4.5	Anpassungskoeffizient	105
4.6	Erstes Resultat unter der Initialreserve	109
4.7	Maximal angehäufter Verlust	113
4.7.1	Zusammengesetzte geometrische Darstellung	113
4.7.2	Berechnung der Ruinwahrscheinlichkeit durch Partialbruchzerlegung	116
4.8	Allgemeine Methoden zur Berechnung der Ruinwahrscheinlichkeit	119
4.8.1	Heavy-traffic-Approximation	120
4.8.2	Light-traffic-Approximation	122
4.8.3	Berechnung durch die Simulation eines dualen Prozesses	123
4.8.4	Berechnung mit der schnellen Fourier-Transformation (FFT)	124
4.9	Aufgaben	126
5	Erneuerungstheorie	131
5.1	Einleitung	131
5.2	Definitionen und Beispiele	131
5.3	Neumann-Reihe-Darstellung und Laplace-Transformation der Erneuerungsfunktion	135
5.4	Asymptotisches Verhalten	138
5.4.1	Asymptotisches Verhalten des Erneuerungs-Zählprozesses	138
5.4.2	Asymptotisches Verhalten der Erneuerungsfunktion	139
5.5	Asymptotische Lösung von Erneuerungsgleichungen exponentieller Verschiebung	142
5.6	Aufgaben	146

6 Exponentieller Maßwechsel und Anwendungen	151
6.1 Einleitung	151
6.2 Maßwechsel und exponentieller Maßwechsel	152
6.3 Exponentieller Maßwechsel für den Poisson-Verlust-prozess	154
6.3.1 Allgemeine Definitionen und Resultate	154
6.3.2 Lundberg-Konjugation	158
6.3.3 Ruinwahrscheinlichkeit im unendlichen Zeithorizont	159
6.3.4 Ruinwahrscheinlichkeit im endlichen Zeithorizont	163
6.4 Approximation zur Verteilung der Summe und Theorie der großen Abweichungen	167
6.4.1 Edgeworth-Reihe	167
6.4.2 Verschobene Edgeworth-Approximation	170
6.4.3 Theorie der großen Abweichungen	174
6.5 Aufgaben	176
7 Appendix	179
7.1 Laplace-Transformation und momentenerzeugende Funktion	179
7.2 Ungleichungen	180
7.3 Sätze der Lebesgue-Integration	181
7.4 Stochastische Konvergenzen	182
7.4.1 Konvergenz in Wahrscheinlichkeit, fast sicher und in \mathcal{L}_p	182
7.4.2 Schwache Konvergenz	184
7.5 Bedingter Erwartungswert	185
7.6 Dirac-Verteilung und -Funktion	186
7.6.1 Dirac-Verteilung	186
7.6.2 Dirac-Funktion und -Dichte	187
7.7 Elementare Resultate der Analysis	187
7.7.1 Lineare Differentialgleichung der 2. Ordnung	187
7.7.2 Partialbruchzerlegung	188
Literatur	191
Sachverzeichnis	193