

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Kernkonzepte der linearen Optimierung</b>	<b>1</b>
1.1	Einführung	1
1.2	Grundlegende Definitionen	8
1.3	Grafische Lösung	10
1.4	Standardform und grundlegende analytische Konzepte	12
1.5	Normalform und Basen	16
1.5.1	Normalform und kanonische Form	16
1.5.2	Zulässige Basislösung, Basis- und Nichtbasisvariablen	20
1.6	Der Simplex-Algorithmus	23
1.6.1	Simplex-Tableau	24
1.6.2	Pivotelement und Austauschschritt	26
1.6.3	Auswahl- und Stoppregeln	28
1.6.4	Verkürztes Simplex-Tableau	33
1.6.5	Anti-Zyklus-Strategien	35
1.7	Bestimmung einer Startecke für den Simplex-Algorithmus	38
1.7.1	Phase-I-Methode	39
1.7.2	Big-M-Methode	42
1.8	Dualität	43
1.8.1	Motivation und Grundbegriffe	44
1.8.2	Dualitätssätze	46
1.8.3	Algorithmische Lösung des Dualproblems	50
1.9	Der duale Simplex-Algorithmus	53
1.9.1	Auswahl- und Stoppregeln	53
1.9.2	Bestimmung einer Startecke mit dualen Austauschschritten	55
1.10	Zusammenfassung	58
<b>2</b>	<b>Erweiterungen und Anwendungen der linearen Optimierung</b>	<b>61</b>
2.1	Sensitivitätsanalyse	61
2.1.1	Eindeutigkeit optimaler Punkte	61
2.1.2	Störungen der Zielfunktion	63
2.1.3	Störungen der rechten Seite	64

2.1.4	Schattenpreise .....	65
2.2	Parametrische lineare Optimierung .....	66
2.2.1	Variation der rechten Seite .....	67
2.2.2	Variation der Zielfunktion .....	72
2.3	Multikriterielle lineare Optimierung .....	77
2.3.1	Lexikographische Optimierung .....	78
2.3.2	Optimierung bei Zieldominanz .....	80
2.3.3	Skalarisierung .....	81
2.3.4	Goal Programming .....	82
2.3.5	Bestimmung Pareto-optimaler Punkte .....	85
2.4	Transportprobleme .....	90
2.4.1	Bestimmung einer Startecke .....	91
2.4.2	Optimalitätskriterium .....	96
2.4.3	Stepping-Stone-Methode .....	100
2.4.4	Lineare Zuordnungsprobleme .....	103
2.4.5	Totale Unimodularität .....	105
2.5	Zweipersonen-Nullsummenspiele .....	107
2.5.1	Grundbegriffe .....	107
2.5.2	Gemischte Strategien und Minmax-Theorem .....	112
3	<b>Graphentheorie</b> .....	117
3.1	Grundlagen der Graphentheorie: Begriffe und Definitionen .....	118
3.2	Kürzeste Wege in Graphen .....	123
3.2.1	Algorithmen für das Single-Source-Shortest-Path Problem ..	124
3.2.2	Algorithmen für das All-Pairs-Shortest-Paths Problem .....	128
3.3	Minimale spannende Bäume und 1-Bäume .....	130
3.3.1	Bestimmung minimaler spannender Bäume .....	130
3.3.2	Bestimmung minimaler 1-Bäume eines Graphen .....	132
3.4	Eulersche und Hamiltonsche Graphen .....	133
3.4.1	Eulersche Graphen und das „Chinese Postman Problem“ ...	133
3.4.2	Hamiltonsche Graphen und das Traveling Salesman Problem	143
3.5	Max-Flow-Min-Cut .....	144
4	<b>Netzplantechnik</b> .....	149
4.1	Einführung und grundlegende Definitionen .....	149
4.2	Strukturplanung .....	151
4.2.1	Vorgangspfeilnetzpläne .....	151
4.2.2	Vorgangsknotennetzpläne .....	154
4.3	Zeitplanung .....	158
4.3.1	Vorgangspfeilnetzpläne .....	159
4.3.2	Vorgangsknotennetzpläne .....	161
4.3.3	Stochastische Zeitplanung .....	166
4.4	Kapazitätsplanung .....	168
4.5	Kostenplanung .....	169

<b>5</b>	<b>Ganzzahlige Optimierung</b>	173
5.1	Einführung und Beispiele	173
5.2	Modellierung mit ganzzahligen Variablen	180
5.2.1	Logische Verknüpfungen	180
5.2.2	Mengenbeziehungen	183
5.2.3	Alternative Nebenbedingungen	185
5.3	Komplexitätstheorie	187
5.3.1	Probleme und Algorithmen	187
5.3.2	Rechenaufwand von Algorithmen	188
5.3.3	Optimierungs- und Entscheidungsprobleme	189
5.3.4	Die Klassen $\mathcal{P}$ , $\mathcal{NP}$ und $\mathcal{NP}$ -vollständig	190
5.4	Verfahren zur Lösung von ganzzahligen Problemen	192
5.4.1	Das Branch & Bound Verfahren	193
5.4.2	Das Schnittebenenverfahren von Gomory	201
5.4.3	Das Branch & Cut Verfahren	208
<b>6</b>	<b>Heuristiken</b>	209
6.1	Konstruktionsheuristiken	210
6.1.1	Zufällige Bestimmung eines zulässigen Punktes	210
6.1.2	Greedy-Verfahren	210
6.1.3	Vorausschauende Verfahren	213
6.2	Verbesserungsheuristiken	214
6.2.1	Lokale Suchverfahren	214
6.2.2	Metaheuristiken	218
6.3	Güte von Heuristiken	222
6.4	Verfahren zur Bestimmung oberer Schranken	225
6.4.1	LP-Relaxierungen	226
6.4.2	Lagrange-Relaxierungen	226
<b>7</b>	<b>Nichtlineare Optimierung</b>	231
7.1	Einführung und Beispiele	231
7.2	Unrestringierte nichtlineare Optimierung	237
7.2.1	Optimalitätsbedingung erster Ordnung	238
7.2.2	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung	242
7.2.3	Numerische Verfahren	245
7.2.4	Konvexe Optimierung	251
7.3	Restringierte nichtlineare Optimierung	253
7.3.1	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung	253
7.3.2	Konvexe Optimierung	265
7.3.3	Numerische Verfahren	269
<b>8</b>	<b>Dynamische Optimierung</b>	289
8.1	Einführung	289
8.2	Deterministische dynamische Optimierung	295
8.2.1	Das Basismodell	295
8.2.2	Das Optimalitätskriterium	297

8.2.3	Die Optimalitätsgleichung .....	297
8.2.4	Wertiteration .....	299
8.2.5	Anwendungsbereiche .....	301
8.3	Stochastische dynamische Optimierung .....	303
8.3.1	Das Basismodell .....	303
8.3.2	Das Optimalitätskriterium .....	305
8.3.3	Die Optimalitätsgleichung .....	307
8.3.4	Wertiteration .....	309
8.3.5	Lösung mittels linearer Optimierung .....	311
8.3.6	Ein Kontrollmodell .....	311
8.3.7	Optimalität strukturierter Strategien .....	312
8.4	Verallgemeinerungen .....	325
9	Wartesysteme .....	327
9.1	Einführung .....	327
9.2	Berechnung der Grenzverteilung .....	331
9.3	Festlegung der Parameter $\alpha_i$ und $q_{ij}$ .....	333
9.4	Geburts- und Todesprozesse .....	338
9.5	Wartesysteme, die auf einem Geburts- und Todesprozess basieren ..	339
9.6	Poisson-Prozesse .....	343
9.7	Jackson-Netzwerke .....	345
A	Anhang .....	351
A.1	In der Bäckerei .....	351
A.2	Vektoren, innere Produkte und lineare Funktionen .....	353
A.3	Lineare Gleichungen und lineare Ungleichungen .....	356
A.4	Matrizen .....	363
A.5	Niveaumengen und untere Niveaumengen .....	368
A.6	Gradienten, Jacobi- und Hessematrizen .....	369
A.7	Eigenwerte .....	372
A.8	Linearisierung .....	373
A.9	Konvexität .....	374
	Literaturverzeichnis .....	377
	Sachverzeichnis .....	381