

# Inhaltsverzeichnis

<b>Verzeichnis der biologischen Beispiele</b>	<b>XIII</b>
<b>1 Grundbegriffe</b>	<b>1</b>
1.1 Erste mathematische Symbole	2
1.2 Zahlen	3
1.2.1 Die natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$	3
1.2.2 Die ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$	4
1.2.3 Die rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$	5
1.2.4 Die reellen Zahlen $\mathbb{R}$	9
1.3 Nützliche Rechenregeln für reelle Zahlen	13
1.3.1 Die binomischen Formeln	14
1.3.2 Potenzgesetze	17
1.4 Der $n$ -dimensionale Raum	18
1.5 Abbildungen	19
1.6 Zusammenfassung	23
1.7 Aufgaben	24
1.7.1 Kurztest	24
1.7.2 Rechenaufgaben	25
1.7.3 Anwendungsaufgaben	27
<b>2 Gleichungen lösen</b>	<b>31</b>
2.1 Matrizen	32
2.1.1 Der Begriff der Matrix	32
2.1.2 Rechnen mit Matrizen	34
2.2 Lineare Gleichungssysteme	37
2.3 Das Gauß-Verfahren	41
2.4 Quadratische Gleichungen	45
2.5 Gleichungen höherer Ordnung	51
2.5.1 Kubische Gleichungen	51
2.5.2 Biquadratische Gleichungen	53
2.6 Zusammenfassung	54

2.7	Aufgaben	55
2.7.1	Kurztest	55
2.7.2	Rechenaufgaben	56
2.7.3	Anwendungsaufgaben	59
<b>3</b>	<b>Folgen und Reihen</b>	<b>61</b>
3.1	Folgen	62
3.1.1	Wachstum und Zerfall	63
3.1.2	Konvergenz von Folgen	64
3.1.3	Grenzwertsätze	68
3.1.4	Monotonie und Beschränktheit von Folgen	69
3.1.5	Die Fibonacci-Zahlen	72
3.2	Reihen	75
3.2.1	Geometrische Reihe	77
3.2.2	Konvergenzsätze für Reihen	79
3.3	Zusammenfassung	81
3.4	Aufgaben	83
3.4.1	Kurztest	83
3.4.2	Rechenaufgaben	85
3.4.3	Anwendungsaufgaben	91
<b>4</b>	<b>Funktionen</b>	<b>93</b>
4.1	Der Begriff der Funktion	95
4.2	Spezielle Funktionen	96
4.2.1	Lineare Funktionen	96
4.2.2	Konstante Funktionen	97
4.2.3	Polynomfunktionen	98
4.2.4	Zusammengesetzte Funktionen	99
4.2.5	Rationale Funktionen	99
4.3	Verkettung von Funktionen und Umkehrfunktionen	102
4.4	Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	105
4.4.1	Grenzwerte von Funktionen	105
4.4.2	Definition von Stetigkeit	109
4.5	Trigonometrische Funktionen	110
4.5.1	Bogenmaß	111
4.5.2	Sinus und Kosinus	112
4.6	Exponentialfunktion und natürlicher Logarithmus	118
4.7	Allgemeine Potenz und allgemeine Logarithmusfunktion	121
4.8	Zusammenfassung	124

4.9	Aufgaben	125
4.9.1	Kurztest	125
4.9.2	Rechenaufgaben	127
4.9.3	Anwendungsaufgaben	129
<b>5</b>	<b>Differenzieren und Kurvendiskussion</b>	<b>133</b>
5.1	Differenzieren	134
5.2	Beispiele für differenzierbare Funktionen	142
5.3	Ableitungsregeln	144
5.4	Anwendungen des Differenzierens	149
5.4.1	Die Regel von l'Hospital	149
5.4.2	Lokale Extremstellen	150
5.4.3	Wendestellen	157
5.5	Kurvendiskussion	159
5.6	Zusammenfassung	165
5.7	Aufgaben	167
5.7.1	Kurztest	167
5.7.2	Rechenaufgaben	168
5.7.3	Anwendungsaufgaben	169
<b>6</b>	<b>Integralrechnung</b>	<b>173</b>
6.1	Unbestimmte Integrale	174
6.1.1	Definition der Stammfunktion und Beispiele	174
6.1.2	Partielle Integration und Substitution	176
6.2	Bestimmte Integrale und ihre geometrische Bedeutung	179
6.2.1	Definition des bestimmten Integrals	179
6.2.2	Eigenschaften bestimmter Integrale	184
6.3	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	186
6.4	Berechnung einiger Integrale	190
6.4.1	Partielle Integration und Substitution	191
6.4.2	Partialbruchzerlegung	193
6.5	Uneigentliche Integrale	195
6.6	Zusammenfassung	198
6.7	Aufgaben	201
6.7.1	Kurztest	201
6.7.2	Rechenaufgaben	202
6.7.3	Anwendungsaufgaben	205
<b>7</b>	<b>Differentialgleichungen</b>	<b>207</b>
7.1	Differentialgleichungen 1. Ordnung	208
7.1.1	Definition von Differentialgleichungen 1. Ordnung	209
7.1.2	Differentialgleichungen exponentieller Prozesse	209

7.1.3	Differentialgleichung zu begrenztem Wachstum . . . . .	213
7.1.4	Differentialgleichung zu logistischem Wachstum . . . . .	214
7.2	Differentialgleichungen höherer Ordnung . . . . .	215
7.3	Systeme von Differentialgleichungen . . . . .	216
7.4	Zusammenfassung . . . . .	219
7.5	Aufgaben . . . . .	221
7.5.1	Kurztest . . . . .	221
7.5.2	Rechenaufgaben . . . . .	222
7.5.3	Anwendungsaufgaben . . . . .	223
<b>8</b>	<b>Graphen und Netzwerke . . . . .</b>	<b>225</b>
8.1	Der Begriff des Graphen . . . . .	228
8.2	Spezielle Graphen . . . . .	233
8.2.1	Vollständige Graphen . . . . .	233
8.2.2	Bipartite Graphen . . . . .	234
8.2.3	Bäume . . . . .	236
8.2.4	Planare Graphen . . . . .	239
8.3	Das kürzeste Wege Problem . . . . .	240
8.4	Netzwerkflüsse . . . . .	244
8.4.1	Das klassische Netzwerkflussproblem . . . . .	246
8.4.2	Spezialfälle von Netzwerkflussproblemen . . . . .	249
8.4.3	Maximales Flussproblem . . . . .	252
8.5	Färbungsprobleme . . . . .	255
8.5.1	Konfliktgraphen und Färbungsprobleme . . . . .	255
8.5.2	Schranken . . . . .	259
8.5.3	Der Greedy-Algorithmus zum Lösen des Färbungsproblems . . .	260
8.6	Weitere typische Fragestellungen in Graphen . . . . .	262
8.7	Zusammenfassung . . . . .	263
8.8	Aufgaben . . . . .	264
8.8.1	Kurztest . . . . .	264
8.8.2	Mathematische Aufgaben . . . . .	265
8.8.3	Anwendungsaufgaben . . . . .	267
<b>9</b>	<b>Lösungen zu den Kurztests . . . . .</b>	<b>269</b>
	<b>Symbolverzeichnis . . . . .</b>	<b>271</b>
	<b>Literatur . . . . .</b>	<b>273</b>
	<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>	<b>275</b>