

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	1
1.1	Einführung und Motivation	1
1.2	Primäre Hirntumoren	4
1.2.1	Pathologie	4
1.2.2	Bildgebung	7
1.3	Wesentlicher Beitrag	9
1.4	Aufbau der Arbeit	11
1.5	Fazit	12
2	Mathematische und numerische Werkzeuge	13
2.1	Notation und Vorbemerkungen	13
2.2	Lösung dünnbesetzter linearer Gleichungssysteme	15
2.2.1	Grundlegendes	15
2.2.2	Schrittweitenbestimmung	16
2.2.3	Berechnung der Suchrichtung	18
2.2.4	Vorkonditionierung	20
2.3	Numerische Optimierung	24
2.3.1	Grundlegendes	24
2.3.2	Schrittweitenbestimmung	25
2.3.3	Berechnung der Suchrichtung	27
2.3.4	Abbruchkriterien	30
2.4	Fazit	30
3	Vorwärtsmodellierung: Das direkte Problem	31
3.1	Einführung in die Problemstellung	31
3.2	Partielle Differenzialgleichungen	33
3.2.1	Klassifikation	34
3.2.2	Randbedingungen	36
3.2.3	Anfangsbedingungen	37
3.3	Mathematisches Modell	37
3.3.1	Verwendete Datenbasis	38
3.3.2	Formale Definition des direkten Problems	39

3.3.3	Modellprobleme	40
3.3.4	Entwicklung der Modellgleichung	41
3.3.5	Kompakte Darstellung des direkten Problems	49
3.3.6	Zwischenbilanz	50
3.4	Diskretisierung	51
3.4.1	Gebietszerlegung	51
3.4.2	Numerische Differenziation	58
3.4.3	Diskretisierung des direkten Problems	63
3.4.4	Zwischenbilanz	82
3.5	Numerische Schemata	82
3.5.1	θ -Verfahren	83
3.5.2	EULER-CAUCHY-Verfahren	85
3.5.3	EC-Verfahren mit zyklischer Schrittweitenänderung	87
3.5.4	Zwischenbilanz	91
3.6	Numerische Experimente und Ergebnisse	92
3.6.1	Qualitative Analyse	92
3.6.2	Analyse des numerischen Fehlers	96
3.6.3	Analyse der Rechenzeit	101
3.7	Fazit	102
4	Gewebedeformation	105
4.1	Einführung in die Problemstellung	105
4.2	Genereller Ansatz	109
4.3	Defektfunktional	111
4.3.1	Definition	111
4.3.2	Theoretische Einordnung	111
4.3.3	Interpretation	113
4.4	Optimierungsansatz mit weicher Nebenbedingung	113
4.4.1	Beschränkung der Volumenänderung	114
4.4.2	Numerische Implementierung	118
4.5	Numerische Experimente	122
4.6	Fazit	126

5	Parameteridentifikation: Das inverse Problem	127
5.1	Einführung in die Problemstellung	128
5.1.1	Literatur	129
5.1.2	Inverse Probleme und Parameteridentifikation	131
5.2	Grundsätzliche Verfahrensweise	133
5.2.1	Optimierungsproblem	134
5.2.2	Regularisierung	135
5.2.3	Numerische Behandlung	136
5.2.4	Zwischenbilanz	140
5.3	Ansatz für patientenindividuelle Bildgebungsdaten	140
5.3.1	Defektfunktional	140
5.3.2	Mathematisches Modell	142
5.3.3	Ableitungsfreie Optimierung	143
5.3.4	Inversionsvariablen	143
5.3.5	Quantifizierung der Güte der Modellkalibrierung	145
5.3.6	Bilddaten und Datenvorverarbeitung	147
5.4	Numerische Experimente und Anwendung	149
5.4.1	Parameteridentifikation: Synthetische Modellprobleme	149
5.4.2	Modellkalibrierung: Patientenindividuelle Daten	152
5.5	Fazit	157
6	Fazit und Diskussion	159
6.1	Vorwärtsmodellierung	160
6.2	Gewebedeformation	162
6.3	Modellindividualisierung	164
6.4	Schlussbemerkung und Ausblick	168
Appendix		171
Danksagung		173
Notationsverzeichnis		175
Abkürzungsverzeichnis		177
Literaturverzeichnis		179
Index		201