

Inhalt

Vorwort.	13
Einführung	17
Kapitel 1: Auf der Suche nach der Weltformel	35
Weltformel der Platonischen Körper 36 – Mathematische Symmetrie 37 – Globale Symmetrie physikalischer Gesetze 38 – Lokale Symmetrie physikalischer Gesetze 38 – Eichsymmetrie und Große Vereinigungstheorie 39 – Eichsymmetrie als Weltformel? 40 – Spontane Symmetriebrechung 41 – Symmetrie und Eleganz von Formeln 42 – Feynman-Diagramme und abstrakte Formeln 42 – Big Data und vorläufige Erfolgsrezepte 44 – Big Data und fundamentale Symmetriengesetze 46	
Kapitel 2: «Nichts wäre ungewiss ...» (Laplacescher Geist)	48
Formeln analytischer Geometrie 49 – Formeln analytischer Mechanik 49 – Formeln der Verwaltung? 50 – Laplace und Gott 51 – Laplacescher Geist und Berechenbarkeit der Welt 52 – Berechenbarkeit in der Politik? 54 – Erbe von Laplace 55	

**Kapitel 3: «Wir müssen wissen – wir werden wissen»
(David Hilbert) 57**

Euklids Axiomensystem der Geometrie 58 – Hilberts
formales Axiomensystem der Geometrie 58 – Modelle
formaler Axiomensysteme 59 – Unabhängigkeit formaler
Axiome 60 – Widerspruchsfreiheit formaler Axiome 61 –
Vollständigkeit formaler Axiome 61 – Grundlagenkrise
der Mathematik 62 – Cantors Axiomensystem der
Mengenlehre 63 – Mathematischer Intuitionismus und
Konstruktivismus 63 – Hilberts Programm finiter
Formalismen 65 – Axiomatische Methode und
Weltformel 66

**Kapitel 4: Unvollständigkeit und Unentscheidbarkeit
(Gödel und Turing) 69**

Gödels unentscheidbare Aussagen und unvollständige
Formalismen 70 – Formalismen und Computer-
sprachen 71 – Turings Beiträge zur Theorie und Praxis der
Berechenbarkeit 72 – Berechenbarkeit und Turing-
maschine 73 – Universelle Turingmaschine 74 –
Churchsche These und Berechenbarkeit 74 – Komplexität
der Berechenbarkeit 75 – Berechenbarkeit und Leibniz'
Programm der Mathesis Universalis 75 – Effektive
Entscheidbarkeit 76 – Effektive Aufzählbarkeit 77 –
Unentscheidbarkeit und Halteproblem einer
Turingmaschine 78 – Unentscheidbarkeit und nicht-
berechenbare Zahlen 79 – Formales System der
Prädikatenlogik 79 – Logische Wahrheiten 80 –
Vollständigkeit und Unentscheidbarkeit der
Prädikatenlogik 80 – Unvollständigkeit und Turings
Halteproblem 81 – Widerspruchsfreiheitsbeweise und
Hilberts finite Methoden 82

Kapitel 5: Von der Beweistheorie zu Computerprogrammen (Gentzen und Turing) 83

Von der Turingmaschine zur Gödelmaschine 83 –
Widerspruchsfreiheitsbeweise und Gentzens transfinite
Methoden 84 – Turings ordinale Beweistheorie 85 –
Grade der Entscheidbarkeit 85 – Hyper-Berechenbarkeit 86 –
Turings Orakelmaschine 86 – Orakelmaschinen und
Intuition 87 – Big Data und Orakelmaschinen 87 –
Orakelmaschinen in der Wissenschaft 88 – Vom
logisch-mathematischen Formalismus zum Software-
Engineering 89 – Theorembeweiser und Gentzen-
Kalkül 90 – Churchs λ -Kalkül und mathematische
Funktionen 92 – Von mathematischen Funktionen zum
funktionalen Programmieren 92

Kapitel 6: Die Welt als Automat (John von Neumann, Konrad Zuse et al.) 94

Leibniz' Welt der göttlichen Automaten 94 – Kluge
Frauen über Automaten 95 – Die Erfindung zellulärer
Automaten 95 – Umgebungsfunktionen einer Zelle 96 –
Computersimulation zellulärer Automaten 97 –
Selbstreproduktion zellulärer Automaten 98 – Zelluläre
Automaten und Churchs These 99 – Zelluläre Automaten
und biologische Evolution 99 – Konrad Zuse und John
von Neumann 100 – Zuses «Rechnender Raum» 100 –
Zuse-Fredkin-Hypothese 101 – 1-dimensionale zelluläre
Automaten 102 – Stephen Wolframs «A New Kind of
Science» 103 – Computerexperimente reichen nicht! 104 –
Boolesche Gesetze der Musterbildung 104 – Platonische Würfel
als Bausteine des Universums zellulärer Automaten 105 –
Komplexitätsgrade zellulärer Automaten 105 –
Symmetriegesetze im Universum zellulärer Automaten 108 –
Symmetrie und Berechenbarkeit im Universum zellulärer
Automaten 110 – Zeitpfeil und Zeitsymmetrie im Universum
der Physik und zellulärer Automaten 110 – Zeitsymmetrie
im Universum zellulärer Automaten 111 – Zeitpfeil im
Universum zellulärer Automaten 112 – Zelluläre Automaten
als dynamische Systeme 113 – Berechenbarkeit der
Automatenwelt und der physikalischen Wirklichkeit 115

Kapitel 7: Quantenwelt und Quantencomputer (Feynman et al.)	117
Quantenzustände und Superpositionen	117 – Verschränkte Zustände und EPR-Experimente
118 – Quantencomputer und Quantenparallelismus	119 – Quantenbits und Hilberträume
121 – Quanten-Turingmaschine und Churchsches These	122 – Zelluläre Quantenautomaten
122 – Digitale Quantenwelt	123 – It from Bit?
125 – Quantencomputer und Big Data	125
 Kapitel 8: Chaos und Komplexität (Poincaré et al.)	127
Definition dynamischer Systeme	127 – Lineare Dynamik
128 – Zustandsraum dynamischer Systeme	128 – Nichtlineare Dynamik
130 – Mehrkörperprobleme und Grenzen der Berechenbarkeit	131 – KAM-Theorem und Grenzen der Berechenbarkeit
132 – Rekursionsverfahren und Differenzengleichungen	132 – Zeitreihen und Komplexitätsgrade
133 – Attraktoren im Zustandsraum	133 – Zufall und Chaos
135 – Strömungsdynamik und stochastische Gleichungen	135
 Kapitel 9: Big Data – Die Berechnung von Leben und Gehirn	137
Turings Modell zellulärer Strukturbildung	137 – Stephen Smales Modell zellulärer Strukturbildung
139 – Selbstorganisation komplexer dynamischer Systeme	140 – Das Prinzip lokaler Aktivität erklärt komplexe Struktur- und Musterbildung
140 – Reaktions-Diffusionsgleichungen und zelluläre Dynamik	141 – Testverfahren für lokale Aktivität
142 – Parameterraum für Struktur- und Musterbildung	142 – Struktur- und Musterbildung am Rand des Chaos
143 – Struktur- und Musterbildung in der Chemie	144 – Struktur- und Musterbildung in Zoologie und Botanik
145 – Struktur- und Musterbildung in der Gehirnforschung	146 – Berechnung neuronaler Musterbildung durch FitzHugh-Nagumo-Gleichungen
148 – Elektrotechnisches Modell eines Axons	149 – Elektrotechnisches Modell einer Hodgkin-Huxley-Zelle
149 –	

Memristoren 151 – Berechnung neuronaler Musterbildung durch Hodgkin-Huxley (HH)-Reaktions-Diffusionsgleichungen 151 – Prinzip lokaler Aktivität als Ursache neuronaler Musterbildung 152 – Von der Selbstwahrnehmung zum Selbstbewusstsein 153 – Neurotechnische Erklärung von Semantik 154 – Von Daten über Information zu Wissen 156 – Vom Wissen über Informations- zur Datenverarbeitung 157 – Architektur von Gehirnen und Computern 157 – Theory of Mind: Erklärung sozialer Kompetenz 158 – Kartographierung und Vermessung des Gehirns 159 – Totale Berechnung des Gehirns? 159

Kapitel 10: Vom Internet zu soziotechnischen Systemen. . . 161

Komplexe Kommunikationsnetze der Evolution 161 – Komplexe Kommunikationsnetze der Technik 162 – Struktur und Dynamik von Computernetzen 162 – Internet als komplexes sich selbst organisierendes Informationssystem 164 – Analogien von Computernetzen und Gehirnen 165 – Big Data in Computernetzen und Gehirnen 166 – World Wide Web als virtuelle Maschine 167 – Mobilfunk und Kommunikationsnetze 168 – Mooresches Gesetz 168 – Ubiquitous Computing 169 – Von Virtual Reality zu Augmented Reality 170 – Cyberphysical Systems und Big Data 170 – Smart Grids und Big Data 172 – Cloud Computing und Big Data 173 – Mathematik komplexer Netze 174 – Komplexitätsgrade von Signalmustern 175 – Evolution von Versorgungs-, Kontroll- und Informationssystemen 177 – Vereinigte Theorie komplexer Netzwerke 178 – Grade der Berechenbarkeit und Orakelmaschinen 178 – Komplexität und logische Tiefe 179 – Smart Cities und Big Data 180 – Cyberphysical Systems realisieren soziotechnische Systeme 181 – Modellierung von Informationsinfrastrukturen 182 – Ethos von Informationsinfrastrukturen 184 – Informationsinfrastrukturen und Demokratie 185

Kapitel 11: Berechenbarkeit von Risiken und

Wahrscheinlichkeit 186

Leibniz über Risiken und Wahrscheinlichkeit 186 –
 Fairer Münzwurf und das Gesetz der großen Zahl 188 –
 Gaußsche Glockenkurve 189 – Normalverteilung und Big
 Data 190 – Laplacescher Geist und Wahrscheinlichkeit 192 –
 Wahrscheinlichkeit als Grenzwert regelloser Zufalls-
 folgen 192 – Kolmogorovs Axiomensystem des
 Wahrscheinlichkeitsbegriffs 193 – Beispiele von
 Wahrscheinlichkeitsverteilungen 195 – Seltene Ereignisse und
 das Gesetz der kleinen Zahl 197 – Zentraler Grenzwertsatz
 und Normalverteilung 197 – Extreme Ereignisse und Nicht-
 Gaußverteilungen 198 – Berechnung von Risiken auf
 Versicherungsmärkten 199 – Bacheliers Modell zur Berechnung
 des Börsenmarkts 200 – Voraussetzungen von Bacheliers
 Modell 201 – Berechnung von Portfolios 203 – Black-Scholes-
 Formel zur Berechnung von Call-Optionen 203 – Universelle
 Berechenbarkeit von Turbulenzen in Natur und
 Gesellschaft? 203 – Risikomanagement durch
 Verbriefung 205 – Berechnungsmodell für Risiken durch VaR
 (Value at Risk) 206 – Krise der Risikoberechnung 208 –
 Axiomatische Definition kohärenter Risikomaße 210 –
 Konvexe Risikomaße und Modellunsicherheit 212 –
 Beschränkte Rationalität und Big Data 212 – Karl Popper und
 der schwarze Schwan 213 – Bertrand Russell und der naive
 Truthahn 214 – Nassim Taleb und das «Ende der
 Theorie» 214 – Der Aberglaube an ein Perpetuum Mobile der
 Gewinnmaximierung 215 – Skeptische Philosophie und Big
 Data 215 – Berechenbarkeit der Soziodynamik 217 –
 Komplexitätsmanagement und Berechenbarkeit 219 –
 Verhaltensökonomie und Berechenbarkeit 220 – Was macht
 die Mathematisierung der sozialen Welt so schwierig? 223

Kapitel 12: Big Data – Die Berechnung der sozialen Welt . . 227

Internet der Dinge 227 – Soziale Netzwerke 227 – Facebook,
 Twitter und Big Data 229 – Prinzip lokaler Aktivität und Big
 Data 230 – Datenexplosion und Big Data 232 – Big Data und
 das «Ende der Theorie»? 233 – Definition von Big Data 233 –
 Big Data-Algorithmen 234 – Metadaten und Big Data 235 –

Metadaten und Datenkontext 236 – Big Data im
 Gesundheitssystem 237 – Big Data in der Ökonomie 238 –
 Industrie 4.0 und Big Data 239 – Big Data in Staat und
 Verwaltung 239 – Big Data in Geistes- und
 Kulturwissenschaften («Digital Humanities») 240 –
 Automatische Schreibprogramme und Big Data 241 –
 Partnersuche, Liebe und Big Data 243 – Big Data und
 Intuition 243 – Big Data im Fußball 244 – Big Data und die
 totale Überwachung 245 – Big Data und «A New Kind of
 Science»? 247 – WolframAlpha-Wissensmaschine 247 –
 Mathematische Gesetze in Mathematica-Software 251 –
 Datenkompression oder Irreduzibilität der Rechenzeit? 251 –
 Werte und Gewissen in der Big-Data-Welt 253 –
 Berechenbarkeit in der Politik? 253 – Sind Kriege
 berechenbar? 254 – Drohnen und Big Data 255 – Big Data
 und die Illusion von der Berechenbarkeit des Tötens 255 –
 Big Data und die schöne neue Welt der Spionage 256 – Big
 Data und Gödels Entdeckung der Unvollständigkeit der
 Demokratie 257

Kapitel 13: «Formeln zur Macht» oder Berechenbarkeit unserer Zukünfte? 259

«Formeln zur Macht» – oder wer wird Supermacht? 259 –
 Macht der Algorithmen im Zweiten Weltkrieg 260 –
 Wie berechenbar ist die Zukunft? 262 – Szenarien von
 Zukünften 262 – Delphi-Verfahren 263 – Zukunft der
 Menschheit 264 – Energieskala zukünftiger
 Zivilisationen 265 – Weltraumtechnologie zukünftiger
 Zivilisationen 266 – Zuses Vision sich selbst reproduzierender
 Weltraumroboter 267 – Zukünfte von Cyberphysical
 Systems 268 – Zukünfte des Lebens 268 – Informationsskala
 zukünftiger Zivilisationen 268 – «Datengetriebene» (data
 driven) Prognosen 269 – Bedeutung der Naturgesetze 270 –
 Erkenntnischema mathematischer Naturgesetze 270 –
 Big Data in den Lebenswissenschaften reicht nicht 271 –
 Vermessung und Berechnung des Lebens auf der Grundlage
 von Gesetzen 272 – Prognosepotential in Wirtschafts- und
 Sozialwissenschaften 273

Kapitel 14: Wieso passt die Mathematik so gut

auf die Welt? 275

Vom Zählen zum Zahlbegriff 275 – Beweis des Unendlichen: die Macht der Theorie 277 – Mathematische Welten jenseits des Abzählbaren 278 – Von geometrischen Konstruktionen zur Idealität geometrischer Formen 278 – Lösung mathematischer Probleme durch Abstraktion: die Macht der Theorie 279 – Die Gesetze der Mathematik gelten im strengen logischen Sinn unabhängig von der physikalischen Raum-Zeit 280 – Mathematische Abstraktion und physikalische Anwendung 281 – Formale Axiomensysteme, Modelle und Datenmuster 282 – Invarianz- und Symmetriegesetze der Natur 283 – Sind mathematische Strukturen Konstruktionen des menschlichen Geistes oder reale Strukturen der Welt? 283 – Symmetrie und Symmetriebrechung 284 – Digitale Struktur der physikalischen Welt 285 – Kritik der Urteilskraft und Big Data 285 – Das Lachen der thrakischen Magd und Big Data 286

Anmerkungen 291

Literaturverzeichnis 327

Abbildungsnachweis 339

Sachverzeichnis 342

Personenverzeichnis 350