

# Inhalt

|  |           |
|--|-----------|
| Einleitung . . . . .   | 9         |
| <b>I Sprachspiel und Gebrauch . . . . .</b>  | <b>15</b> |
| I.1 Sprachspiel und Gebrauch in Wittgensteins Spätwerk. . .                                      | 15        |
| I.2 Sprachspiel und Gebrauch in Wittgensteins Philosophie der Mathematik . . . . .               | 28        |
| I.2.a <i>Grundzüge (BGM I, §§1f./S.35f.; Anh.II/S.102–110)</i> . .                               | 28        |
| I.2.b <i>Detailprobleme</i> . . . . .  | 37        |
| <b>II. Regel, Regelfolgen . . . . .</b>  | <b>41</b> |
| II.1 Lernen, Verstehen und Befolgen einer Regel. . . . .   | 41        |
| II.2 Regelfolgen in der Mathematik . . . . .   | 50        |
| II.2.a <i>Regelfolgen zu Beginn der Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik</i> . . . . . | 50        |
| II.2.b <i>Ein Einwand gegen Lernen als Abrichtung.</i> . . . .                                   | 53        |
| II.2.c <i>Regelfolgen und Erfahrung</i> . . . . .  | 53        |
| II.2.d <i>Ein Detail.</i> . . . .  | 56        |
| <b>III. Schließen, Zwang, Unerbittlichkeit . . . . .</b>   | <b>59</b> |
| III.1 Grammatische Sätze in der Mathematik. . . . .  | 59        |
| III.2 Absage an „die Wahrheit“ . . . . .   | 61        |
| III.3 „Zwang“ in der Mathematik. . . . .   | 63        |
| III.4 Verwendung von „alle“: grammatische Sätze, formale Logik und Alltagssprache . . . . .      | 76        |
| III.5 Schließen, Ableiten (in den <i>Principia Mathematica</i> ) . . .                           | 80        |
| III.5.a <i>Was ist formales Schließen?</i> . . . . .   | 81        |
| III.5.b <i>Warum schließen wir so?</i> . . . . .   | 84        |
| <b>IV. Wesen versus Paradigma . . . . .</b>  | <b>89</b> |
| IV.1 Hauptgedanken (anhand BGM I, §§25–33) . . . . .   | 89        |
| IV.1.a <i>(Nicht-mathematischer) Gebrauch von Bildern</i> . . . . .                              | 90        |
| IV.1.b <i>Paradigma und Beweis</i> . . . . .   | 92        |
| IV.1.c <i>Paradigma und Begriff.</i> . . . .   | 95        |
| IV.2 Der Beweis und die <i>Principia Mathematica</i> (BGM III) . .                               | 99        |
| IV.3 Das Verhältnis zu verschiedenen Ontologien . . . . .  | 101       |

|         |   |     |
|---------|---|-----|
| IV.3.a  | <i>Bild und Dinge im Tractatus und in den</i>   |     |
|         | Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik . . .  | 101 |
| IV.3.b  | <i>Anti-Platonismus bzw. Anti-Essentialismus</i> . . . . .  | 103 |
| IV.3.c  | <i>Konstruktivismus</i> . . . . .   | 106 |
| V.      | <b>Beweise: Erfahrung oder Normativität?</b> . . . . .  | 109 |
| V.1     | Grundzüge (anhand BGM I, §§36–38,<br>77–105, 157–163) . . . . .   | 109 |
| V.1.a   | <i>Eine Rechnung ist kein Experiment</i> . . . . .  | 109 |
| V.1.b   | <i>Kennzeichen eines Experiments?</i> . . . . .   | 113 |
| V.1.c   | <i>Was dann ist der Gegenstandsbereich von</i><br><i>Rechnungen, wenn nicht Erfahrungen?</i> . . . . .        | 115 |
| V.2     | Die Wirklichkeit gibt der Rechnung Wahr-<br>scheinlichkeit? Auf den Punkt gebracht:                           |     |
|         | Das Verhältnis von Rechnung und Empirie . . . . .   | 119 |
| V.3     | Detailprobleme . . . . .  | 121 |
| V.3.a   | <i>Ideale versus gezeichnete Kurven (BGM I, §96–98)</i> . . . . .   | 121 |
| V.3.b   | <i>Gegen Frank Ramseys Empirismus (BGM VI, §23)</i> . . .   | 125 |
| VI.     | <b>Überraschung und Übersichtlichkeit</b> . . . . .   | 129 |
| VI.1    | Überraschung (BGM I, §§58–70, 154) . . . . .  | 129 |
| VI.1.a  | <i>Überraschung als Standortbestimmung</i> . . . . .  | 130 |
| VI.1.b  | <i>Gegenbegriffe zu Überraschung: Übersichtlichkeit</i><br><i>und „wir machen es so“</i> . . . . .            | 133 |
| VI.2    | Überraschung und Übersichtlichkeit (BGM I Anh.II). .  | 135 |
| VI.3    | Bedeutung der Übersichtlichkeit für Beweise . . . . .   | 139 |
| VI.4    | Übersichtlichkeit als die crucial question für die<br><i>Principia Mathematica</i> (BGM III, §§1–14). . . . . | 142 |
| VI.4.a  | <i>Beweise</i> . . . . .  | 142 |
| VI.4.b  | <i>Fundierung der Mathematik</i> . . . . .  | 148 |
| VI.4.c  | <i>Kalküle</i> . . . . .  | 149 |
| VI.4.d  | <i>Formalisierung und Verlässlichkeit</i> . . . . .   | 150 |
| VII.    | <b>Begriffe in der Mathematik</b> . . . . .   | 153 |
| VII.1   | Die Rolle von Begriffen in der Mathematik . . . . .   | 153 |
| VII.1.a | <i>Begriffsbildung als Voraussetzung</i> . . . . .  | 153 |
| VII.1.b | <i>Der mathematische Satz als Begriff</i> . . . . .   | 155 |
| VII.1.c | <i>Beweis und Begriff</i> . . . . .   | 159 |
| VII.1.d | <i>Zahl und Begriff</i> . . . . .   | 162 |
| VII.1.e | <i>Welche Begriffe?</i> . . . . .   | 164 |
| VII.2   | Mathematics as „modifying concepts“? . . . . .  | 166 |

|                              |  |     |
|------------------------------|--|-----|
| VII.3                        | Begriffe, das Cantorsche Diagonalargument,<br>die Dedekindschen Schnitte und die Anwendungen. . .                          | 168 |
| VII.3.a                      | <i>Das Cantorsche Diagonalargument:<br/>die herkömmliche Sicht der Dinge. . . . .</i>                                      | 168 |
| VII.3.b                      | <i>Das Cantorsche Diagonalargument:<br/>Wittgenstein (BGM II). . . . .</i>   | 170 |
| VII.3.c                      | <i>Die Dedekindschen Schnitte . . . . .</i>  | 176 |
| VIII.                        | <b>Der Widerspruch, das Tertium non datur<br/>und die logischen Grundgesetze . . . . .</b>                                 | 181 |
| VIII.1                       | Der Status von logischen Grundgesetzen . . . . .   | 181 |
| VIII.2                       | Das Tertium non datur . . . . .  | 182 |
| VIII.3                       | Der Widerspruch und sein Ausschluß . . . . .   | 190 |
| VIII.3.a                     | <i>Die Rolle des Widerspruchs<br/>und unsere Einstellung zu ihm . . . . .</i>  | 190 |
| VIII.3.b                     | <i>Kritik an formalen, allgemeinen Methoden<br/>zur Vermeidung von Widersprüchen<br/>in Mathematik und Logik . . . . .</i> | 192 |
| VIII.3.c                     | <i>Hinterfragen der Selbstverständlichkeit<br/>unserer Einstellung zum Widerspruch . . . . .</i>                           | 195 |
| VIII.3.d                     | <i>Ein Detailproblem: Selbstwidersprüchliche Sätze. . . . .</i>  | 198 |
| IX.                          | <b>Wittgensteins Kritik an Gödel . . . . .</b>   | 201 |
| IX.1                         | Gödels Resultate. . . . .  | 202 |
| IX.2                         | Grundzüge der „Kritik“ Wittgensteins. . . . .  | 209 |
| IX.3                         | Diskussion der Bemerkungen Wittgensteins zu Gödel. .   | 219 |
| X.                           | <b>Mathematik nach innen und außen . . . . .</b>   | 223 |
| X.1                          | Mathematik nach innen. . . . .   | 223 |
| X.1.a                        | <i>Was ist ein Satz?. . . . .</i>  | 223 |
| X.1.b                        | <i>Was ist ein Beweis?. . . . .</i>  | 224 |
| X.1.c                        | <i>Was ist eine Definition? . . . . .</i>  | 226 |
| X.1.d                        | <i>Was ist ein Axiom?. . . . .</i>   | 227 |
| X.2                          | Mathematik nach außen –<br>Mathematik und Anwendung . . . . .  | 228 |
| Siglen . . . . .             |  | 233 |
| Literatur . . . . .          |  | 235 |
| Paragrafenregister . . . . . |  | 241 |
| Personenregister . . . . .   |  | 245 |