

# Inhalt

Einleitung . . . . .	9
<b>I Sprachspiel und Gebrauch . . . . .</b>	<b>15</b>
I.1 Sprachspiel und Gebrauch in Wittgensteins Spätwerk . . . . .	15
I.2 Sprachspiel und Gebrauch in Wittgensteins Philosophie der Mathematik . . . . .	28
<i>I.2.a Grundzüge (BGM I, §§1f./S.35f.; Anh.I/S.102–110) . . . . .</i>	28
<i>I.2.b Detailprobleme . . . . .</i>	37
<b>II. Regel, Regelfolgen . . . . .</b>	<b>41</b>
II.1 Lernen, Verstehen und Befolgen einer Regel . . . . .	41
II.2 Regelfolgen in der Mathematik . . . . .	50
<i>II.2.a Regelfolgen zu Beginn der Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik . . . . .</i>	50
<i>II.2.b Ein Einwand gegen Lernen als Abrichtung . . . . .</i>	53
<i>II.2.c Regelfolgen und Erfahrung . . . . .</i>	53
<i>II.2.d Ein Detail . . . . .</i>	56
<b>III. Schließen, Zwang, Unerbittlichkeit . . . . .</b>	<b>59</b>
III.1 Grammatische Sätze in der Mathematik . . . . .	59
III.2 Absage an „die Wahrheit“ . . . . .	61
III.3 „Zwang“ in der Mathematik . . . . .	63
III.4 Verwendung von „alle“: grammatische Sätze, formale Logik und Alltagssprache . . . . .	76
III.5 Schließen, Ableiten (in den <i>Principia Mathematica</i> ) . . . . .	80
<i>III.5.a Was ist formales Schließen? . . . . .</i>	81
<i>III.5.b Warum schließen wir so? . . . . .</i>	84
<b>IV. Wesen versus Paradigma . . . . .</b>	<b>89</b>
IV.1 Hauptgedanken (anhand BGM I, §§25–33) . . . . .	89
<i>IV.1.a (Nicht-mathematischer) Gebrauch von Bildern . . . . .</i>	90
<i>IV.1.b Paradigma und Beweis . . . . .</i>	92
<i>IV.1.c Paradigma und Begriff . . . . .</i>	95
IV.2 Der Beweis und die <i>Principia Mathematica</i> (BGM III) . . . . .	99
IV.3 Das Verhältnis zu verschiedenen Ontologien . . . . .	101

<i>IV.3.a</i>	<i>Bild und Dinge im Tractatus und in den Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik</i> . . . . .	101
<i>IV.3.b</i>	<i>Anti-Platonismus bzw. Anti-Essentialismus</i> . . . . .	103
<i>IV.3.c</i>	<i>Konstruktivismus</i> . . . . .	106
 V.	 <b>Beweise: Erfahrung oder Normativität?</b> . . . . .	109
V.1	<i>Grundzüge (anhand BGM I, §§36–38, 77–105, 157–163)</i> . . . . .	109
<i>V.1.a</i>	<i>Eine Rechnung ist kein Experiment</i> . . . . .	109
<i>V.1.b</i>	<i>Kennzeichen eines Experiments?</i> . . . . .	113
<i>V.1.c</i>	<i>Was dann ist der Gegenstandsbereich von Rechnungen, wenn nicht Erfahrungen?</i> . . . . .	115
V.2	<i>Die Wirklichkeit gibt der Rechnung Wahrscheinlichkeit? Auf den Punkt gebracht: Das Verhältnis von Rechnung und Empirie</i> . . . . .	119
V.3	<i>Detailprobleme</i> . . . . .	121
<i>V.3.a</i>	<i>Ideale versus gezeichnete Kurven (BGM I, §§96–98)</i> . . . . .	121
<i>V.3.b</i>	<i>Gegen Frank Ramseys Empirismus (BGM VI, §23)</i> . . . . .	125
 VI.	 <b>Überraschung und Übersichtlichkeit</b> . . . . .	129
VI.1	<i>Überraschung (BGM I, §§58–70, 154)</i> . . . . .	129
<i>VI.1.a</i>	<i>Überraschung als Standortbestimmung</i> . . . . .	130
<i>VI.1.b</i>	<i>Gegenbegriffe zu Überraschung: Übersichtlichkeit und „wir machen es so“</i> . . . . .	133
VI.2	<i>Überraschung und Übersichtlichkeit (BGM I Anh.II)</i> . . . . .	135
VI.3	<i>Bedeutung der Übersichtlichkeit für Beweise</i> . . . . .	139
VI.4	<i>Übersichtlichkeit als die crucial question für die Principia Mathematica (BGM III, §§1–14)</i> . . . . .	142
<i>VI.4.a</i>	<i>Beweise</i> . . . . .	142
<i>VI.4.b</i>	<i>Fundierung der Mathematik</i> . . . . .	148
<i>VI.4.c</i>	<i>Kalküle</i> . . . . .	149
<i>VI.4.d</i>	<i>Formalisierung und Verlässlichkeit</i> . . . . .	150
 VII.	 <b>Begriffe in der Mathematik</b> . . . . .	153
VII.1	<i>Die Rolle von Begriffen in der Mathematik</i> . . . . .	153
<i>VII.1.a</i>	<i>Begriffsbildung als Voraussetzung</i> . . . . .	153
<i>VII.1.b</i>	<i>Der mathematische Satz als Begriff</i> . . . . .	155
<i>VII.1.c</i>	<i>Beweis und Begriff</i> . . . . .	159
<i>VII.1.d</i>	<i>Zahl und Begriff</i> . . . . .	162
<i>VII.1.e</i>	<i>Welche Begriffe?</i> . . . . .	164
VII.2	<i>Mathematics as „modifying concepts“?</i> . . . . .	166

VII.3	Begriffe, das Cantorsche Diagonalargument, die Dedekindschen Schnitte und die Anwendungen. . . . .	168
VII.3.a	<i>Das Cantorsche Diagonalargument: die herkömmliche Sicht der Dinge. . . . .</i>	168
VII.3.b	<i>Das Cantorsche Diagonalargument: Wittgenstein (BGM II). . . . .</i>	170
VII.3.c	<i>Die Dedekindschen Schnitte . . . . .</i>	176
VIII.	<b>Der Widerspruch, das Tertium non datur und die logischen Grundgesetze . . . . .</b>	181
VIII.1	Der Status von logischen Grundgesetzen . . . . .	181
VIII.2	Das Tertium non datur . . . . .	182
VIII.3	Der Widerspruch und sein Ausschluß . . . . .	190
VIII.3.a	<i>Die Rolle des Widerspruchs und unsere Einstellung zu ihm . . . . .</i>	190
VIII.3.b	<i>Kritik an formalen, allgemeinen Methoden zur Vermeidung von Widersprüchen in Mathematik und Logik . . . . .</i>	192
VIII.3.c	<i>Hinterfragen der Selbstverständlichkeit unserer Einstellung zum Widerspruch . . . . .</i>	195
VIII.3.d	<i>Ein Detailproblem: Selbstwidersprüchliche Sätze. . . . .</i>	198
IX.	<b>Wittgensteins Kritik an Gödel . . . . .</b>	201
IX.1	Gödels Resultate. . . . .	202
IX.2	Grundzüge der „Kritik“ Wittgensteins. . . . .	209
IX.3	Diskussion der Bemerkungen Wittgensteins zu Gödel. .	219
X.	<b>Mathematik nach innen und außen . . . . .</b>	223
X.1	Mathematik nach innen. . . . .	223
X.1.a	<i>Was ist ein Satz?. . . . .</i>	223
X.1.b	<i>Was ist ein Beweis?. . . . .</i>	224
X.1.c	<i>Was ist eine Definition?. . . . .</i>	226
XI.1.d	<i>Was ist ein Axiom?. . . . .</i>	227
X.2	Mathematik nach außen – Mathematik und Anwendung. . . . .	228
Siglen	. . . . .	233
Literatur	. . . . .	235
Paragraphenregister	. . . . .	241
Personenregister	. . . . .	245