

Inhaltsverzeichnis

Über die Autorin	7
Danksagung	7

Einführung	19
Über dieses Buch	19
Konventionen in diesem Buch	20
Törichte Annahme über den Leser	21
Wie dieses Buch aufgebaut ist	21
Teil I: Sich warm machen: Geometrische Grundlagen	21
Teil II: Sich verteidigen: Beweise erbringen	21
Teil III: In Form kommen: Geometrische Figuren	21
Teil IV: Partei ergreifen: Ungleichungen und Ähnlichkeiten	21
Teil V: Aufsteigen: Geometrie für Fortgeschrittene	22
Teil VI: Der Top-Ten-Teil	22
Teil VII: Anhang	22
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden	22
Wie es weitergeht	23

Teil I	
<i>Sich warm machen:</i>	
<i>Geometrische Grundlagen</i>	25

Kapitel 1	
<i>Grundsätzliches vorneweg: Geometrische Grundbegriffe</i>	27
Geometrie, das ist ...	27
Begriffe der Geometrie	28
Grundbegriffe – beschreiben statt definieren	29
Nicht mehr ganz so grundsätzlich – Begriffe mit Definitionen	31
Axiome: Vertrauen statt Kontrolle	32
Sätze: Beweise antreten	32

Kapitel 2	
<i>Geraden und Winkel, so weit das Auge reicht</i>	33
Geraden unter der Lupe	33
Strecken messen	33
Strecken zeichnen	34
Einen Blick zwischen Endpunkte wagen	34

Bis in den letzten Winkel	36
Die verschiedenen Winkel kennen lernen	38
Winkel messen und zeichnen	39
Winkel und ihre Nachbarn	42
Auch Winkel haben Beziehungen	43
Sätze über Sätze über Winkel	45
Kreuzweise: Geraden bilden Winkel	45
Schiffe in Reih und Glied	47
Schiffe kreuz und quer	48

Teil II

Sich verteidigen: Beweise erbringen **53**

Kapitel 3

Logik: A und O aller Beweise **55**

Aus dem Sherlock-Holmes-Handbuch: Verschiedene Beweisführungen	55
Direkter Beweis: Der Weg durch die Mitte	55
Induktiver Beweis: Vom Besonderen auf das Allgemeine	
Deduktiver Beweis: Vom Allgemeinen auf das Besondere	
Indirekter Beweis: Ein guter Widerspruch	
Alles will begründet sein	
Reflexivität: Spieglein, Spieglein an der Wand	
Symmetrie: Balance halten!	
Transitivität: Ein Tauschhandel	
Substitution: Genauso gut wie das Original	
Die Additionsregel	61
Die Subtraktionsregel	62
Die Multiplikationsregel	62
Die Divisionsregel	63
Regeln für Wurzeln und Potenzen	63
Aussagen dürfen – ein paar Regeln	63

Kapitel 4

Beweisverfahren leicht gemacht **65**

Die formalen Schritte für Beweise oder: Geometrie-Walzer	65
Das Spiel mit den Beweisen	67
Auf Umwegen: indirekt beweisen	72
Wenn Sie wollen ... dann gibt es eine Aussage	75

Teil III

In Form kommen: Geometrische Figuren

79

Kapitel 5

Polygone als Aperitif (Ein Vorgeschmack auf geschlossene Figuren)

81

Polygon? Nie gehört!	81
Polygone und ihre Namen	82
Wie Winkel ins Spiel kommen	83
Polygontypen	84
Das Innenleben eines Polygons	84
Konvex oder konkav – das ist hier die Frage	84
Ab durch die Mitte: Diagonalen	86
Innenleben erforschen: Fläche eines Polygons	90

Kapitel 6

Eck + Eck + Eck = Dreieck

93

Mehr als drei Teile – Dreiecke kennen lernen	93
Seiten und Winkel	93
Das Besondere im Dreieck: Eine Menge Punkte und Linien	95
Grenzen ziehen – innerhalb und außerhalb eines Dreiecks	99
Das Innengebiet	99
Das Außengebiet	100
Zwischendurch für Ordnung sorgen	102
Die Grenzen ausloten – auf der Linie	103
Seitenweise Dreiecke	104
Besonders kreativ: Ungleichseitige Dreiecke	104
Symmetrisch werden: Gleichschenklige Dreiecke	104
Wie aus dem Bilderbuch: Gleichseitige Dreiecke	106
Auf einen Blick	108
Winkelweise Dreiecke	109
Auf die Spitze getrieben: Spitzwinklige Dreiecke	109
Stumpf, aber sicher nicht dumm: Stumpfwinklige Dreiecke	110
Gerecht verteilt: Gleichwinklige Dreiecke	111
Im rechten Licht: Rechtwinklige Dreiecke	112
Auf einen Blick	117
Dreiecksbaustelle	118
Flächenweise Dreiecke	119
Zwillingsforschung: Kongruente Dreiecke	122
Kongruente Null-acht-fünfzehn-Dreiecke	123
Kongruente rechtwinklige Dreiecke	125
Kongruente Dreiecke aus kongruenten Teilen	126
Behaupten kann jeder – Kongruenzen beweisen	126

Kapitel 7

Dreieck + Eck = Viereck

131

Vierecke und ihre Eigenschaften	131
Von außen betrachtet	131
Maß nehmen	132
Parallelogramm-Parade	133
Kreuz und quer: Diagonalen ins Spiel bringen	135
Parallelogramme füllen: Flächeninhalt	137
Kurz und bündig: Die Eigenschaften eines Parallelogramms	138
Rechtecke lieben Ordnung	138
Was ein Rechteck ausmacht	138
Außen herum und innen drin: Umfang und Flächeninhalt	141
Kurz und bündig: Die Eigenschaften eines Rechtecks	141
Rauten sind ungeschliffene Diamanten	142
Je größer, desto besser (gilt vor allem für Diamanten)	146
Kurz und bündig: Die Eigenschaften einer Raute	147
Nicht nur für Kleinkarierte: Quadrate	147
Die Verwendung der Diagonale	149
Umfang und Flächeninhalt von Quadraten	149
Kurz und bündig: Die Eigenschaften eines Quadrats	150
Trapeze und ihre Kunststücke	151
Die Seitenhalbierende	152
Die Diagonale	153
Die Höhe	153
Der Flächeninhalt	154
Drachen (vierecke) steigen lassen	154
Gezielt arbeiten mit Pfeilvierecken	155
Stammbaum der Vierecke	156

Kapitel 8

Kreisweise

159

Das Thema einkreisen	159
Kreise und ihr Verkehrsnetz	160
Reise zum Mittelpunkt des Kreises: Radius	160
Geteilt und doch so nah: Sehne	162
Ab durch die Mitte: Durchmesser	162
Zwischenhalt Kreis: Sekante	163
Vorsichtige Annäherung: Tangente	163
Winkel gibt es überall (sogar in Kreisen)	167
Mittelpunkts- und Umfangswinkel	167
Sehnen-Sehnen-Winkel	167
Sehnen-Tangenten-Winkel	169
Sekanten und Tangenten (verschiedentlich kombiniert)	169
Darf ich vorstellen: Pi	170

Bogen ohne Pfeil	172
Größer oder kleiner? Alles berechenbar	173
Auf Winkel zielen – mit Bogens Hilfe	175
Kongruente Bogen bestimmen	177
Die Fläche eines Kreissektors finden	180
Der polygame Kreis: Beziehungen in Hülle und Fülle	181
Für Insider: Inkreis	181
Eingekreist: Umkreis	189
Mitten hinein: Konzentrische Kreise	193

Teil IV

Partei ergreifen: Ungleichungen und Ähnlichkeiten **195**

Kapitel 9

Das Leben ist ungerecht – Mit Ungleichungen klarkommen **197**

Was Ungleichungen sind	197
Déjà-vu-Axiome für Ungleichungen	199
Ungleichungen – ziemliche Spießer	201
Dreiecksungleichungen	207
Kreisungleichungen	210

Kapitel 10

Im richtigen Verhältnis: Ähnlichkeit **219**

Verhältnisse haben – mit Zahlen	219
Maß halten	220
Geometrische Verhältnisse	221
Vergleiche zwischen ungleichartigen Größen	222
Kilometer mit Litern vergleichen	222
Kilometer mit Stunden vergleichen	223
Preis pro Einheit	224
Ungleichartige Größen in der Geometrie	224
Gut proportioniert: Verhältnisgleichungen	224
Verhältnisgleichungen und Dreiecke	228
Kleiner Bruder: Ähnliche Polygone	233
Ähnliche Dreiecke	234

Teil V

Aufsteigen: Geometrie für Fortgeschrittene

243

Kapitel 11

Schiff versenkt! (Mit Koordinaten arbeiten)

245

Gitter ist nicht gleich Gitter: Koordinatensystem	245
Es gehören immer zwei dazu (Koordinaten eines Punktes)	247
Quadranten kennen lernen	247
Grafisch werden	248
Entfernung ermitteln	250
Der Mittelpunkt der Welt ... äh: zweier Koordinaten	253
Mit Koordinaten Flächen finden	254
Zu Steigungen aufsteigen	257
Gleichung für eine Gerade (Punktsteigungsform)	261
Gleichung für einen Kreis	264

Kapitel 12

Der geometrische Ort

267

Ort – Örter – Was bedeuten diese Wörter?	267
Geometrische Örter bestimmen	267
Geometrische Örter im Koordinatensystem	270
Wenn sich geometrische Örter schneiden	272
Geometrische Örter beweisen	273

Kapitel 13

Trickreiche Trigonometrie

277

Eine kleine Wiederholung zu rechtwinkligen Dreiecken	277
Rechtwinklige Dreiecke und Ähnlichkeit	278
Rechtwinklige Dreiecke, Verhältnisse und zwei ganz spezielle Winkel	279
Sinnvoller Sinus	280
Sinus in Aktion – ein paar Beispiele	280
Mit trigonometrischen Tabellen arbeiten	281
Mit dem Taschenrechner arbeiten	282
Kosinus kennen lernen	282
Tangens, Kotangens, Sekans und Kosekans	283
Typisch Tangens	283
Tangens in Aktion – ein paar Beispiele	284
Noch ein paar Verhältnisse: Kotangens, Sekans und Kosekans	286

Kapitel 14

Die dritte Dimension oder: Raum schaffen

289

Polyeder – aufgeblasene Polygone	289
Prisma – ein vielseitiges Polyeder	290
Definition eines Prismas	290
Prisma-Typen	290
Fläche eines Prismas	291
Volumen eines Prismas	291
Ein Ausflug zu den Pyramiden	293
Pyramiden-Typen	293
Fläche einer Pyramide	294
Volumen einer Pyramide	295
Zylinder – eine runde Sache	295
Fläche eines Zylinders	295
Volumen eines Zylinders	296
Kegel – Eistüten und Zaubererhüte	296
Fläche eines Kegels	297
Volumen eines Kegels	297
Kugel – besser geht's nicht	297
Fläche einer Kugel	297
Volumen einer Kugel	298

Teil VI

Der Top-Ten-Teil

299

Kapitel 15

Mehr als zehn Karrieren, für die man Geometrie braucht

301

Fluglotse	301
Architekt	301
Schreiner	301
Modedesigner	302
Raumgestalter	302
Baufachleute	302
Maschinenbauingenieur	302
Kapitän	303
Vermessungsingenieur	303
Werkzeugmacher	303
3-D-Grafiker	303

Kapitel 16

Mehr als zehn Tipps, die Ihnen das Geometrie-Leben erleichtern

305

Arbeiten Sie mit einem durchsichtigen Plastik-Geodreieck	305
Verwenden Sie ein durchsichtiges Plastik-Lineal	305

Kaufen Sie sich einen Zirkel	305
Zeichnen Sie mit einem guten dünnen Bleistift	305
Besorgen Sie sich einen wissenschaftlichen Taschenrechner	305
Notieren Sie, was Sie haben und wonach Sie suchen	306
Erstellen Sie eine Skizze	306
Entwickeln Sie eine Strategie	306
Arbeiten Sie die Aussagen eines Beweises durch	306
Assoziieren Sie geometrische Objekte mit alltäglichen Dingen	306
Spielen Sie Poolbillard	307

Teil VII

Anhang 309

Anhang A

Quadratzahlen, Quadratwurzeln und eine Trigonometrie-Tabelle 311

Anhang B

Wichtige Formeln im Überblick 315

Formeln zu Winkelgrößen	315
Winkelgrößen am Kreis	315
Trigonometrische Formeln	316
Formeln für den Flächeninhalt	316
Beziehungen von Linien am Kreis	317
Umfang und Bogen	318
Formeln zu rechtwinkligen Dreiecken	319
Formeln im Koordinatensystem	320
Oberflächen von Polyedern	320
Volumen-Formeln	321

Anhang C

Axiome, Sätze und was man sonst noch braucht 323

Die Axiome	323
Die Sätze	325
Die Korollare	331
Prinzipien und Regeln	332

Anhang D

Glossar 333

Stichwortverzeichnis 339