

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Funktionen, Differenziale und Integrale</b> .....	<b>1</b>
1.1 Motivation .....	1
1.2 Funktionen .....	4
1.2.1 Stetigkeit .....	8
1.2.2 Mathematisch relevante Bausteine .....	8
1.2.3 Biologisch relevante Funktionen .....	16
1.3 Folgen, Reihen und Konvergenz .....	24
1.3.1 Folgen und ihre Konvergenzkriterien .....	24
1.3.2 Reihen und ihre Konvergenzkriterien .....	26
1.4 Differenzialrechnung .....	28
1.4.1 Wozu brauche ich denn den Anstieg einer Kurve? .....	28
1.4.2 Der Weg zum Differenzial .....	29
1.4.3 Zweite Ableitung und Extrema .....	33
1.4.4 Ableitungsregeln .....	34
1.5 Integralrechnung .....	39
1.5.1 Wer braucht schon Flächen unter Kurven? .....	39
1.5.2 Mit Rechtecken zum Integral .....	40
1.5.3 Der Fundamentalsatz der Analysis .....	41
1.5.4 Integrationsregeln .....	46
1.6 Aufgaben .....	48
<b>2 Beschreibende Statistik</b> .....	<b>49</b>
2.1 Motivation .....	49
2.1.1 Grundbegriffe .....	50
2.2 Lage- und Streuungsmaße .....	51
2.2.1 Lagemaße .....	55
2.2.2 Streuungsmaße .....	59
2.3 Kenngrößen für den Zusammenhang von Merkmalen .....	63
2.3.1 Korrelation .....	63
2.3.2 Lineare Regression .....	67
2.4 Aufgaben .....	68

<b>3</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b> .....	71
3.1	Motivation. ....	71
3.2	Kombinatorik .....	73
3.3	Ergebnisse und Ereignisse. ....	75
3.4	Erwartungswert einer Zufallsvariablen. ....	78
3.4.1	Linearität des Erwartungswertes. ....	80
3.5	Varianz und Standardabweichung .....	81
3.5.1	Eigenschaften der Varianz. ....	82
3.6	Stochastische Unabhängigkeit .....	83
3.7	Bedingte Wahrscheinlichkeiten .....	83
3.8	Verteilungen .....	90
3.8.1	Diskrete Verteilungen .....	91
3.8.2	Kontinuierliche Verteilungen .....	96
3.9	Zentraler Grenzwertsatz .....	100
3.10	Aufgaben .....	101
<b>4</b>	<b>Schließende Statistik</b> .....	103
4.1	Motivation. ....	103
4.2	Realisierung von Zufallsvariablen .....	105
4.2.1	Diskrete Zufallsvariablen .....	106
4.2.2	Stetige Zufallsvariablen .....	107
4.3	Schätzer .....	109
4.3.1	Schätzung des wahren Mittelwertes aus einer Stichprobe .....	109
4.3.2	Schätzung der wahren Varianz aus einer Stichprobe .....	111
4.4	Testen von Hypothesen. ....	112
4.4.1	Hypothesen .....	113
4.4.2	$p$ -Wert .....	116
4.4.3	Konfidenzintervall .....	118
4.5	Statistische Tests. ....	121
4.5.1	Ziel. ....	121
4.5.2	Ablauf .....	121
4.5.3	Voraussetzungen. ....	122
4.5.4	Fehler .....	123
4.5.5	$t$ -Test. ....	124
4.5.6	$Z$ -Test. ....	126
4.5.7	$\chi^2$ -Test. ....	129
4.6	Aufgaben .....	130
<b>5</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b> .....	133
5.1	Motivation. ....	134
5.2	Lineare Gleichungssysteme .....	136
5.2.1	Konzentrationsbestimmung .....	136
5.2.2	Modellierung mit Rekursionsgleichungen .....	139

5.3	Matrizen und Vektoren	140
5.3.1	Vektoren	141
5.3.2	Rechnen mit Vektoren	142
5.3.3	Matrizen	144
5.3.4	Rechnen mit Matrizen	146
5.3.5	Vektor-Matrix-Multiplikation	147
5.3.6	Matrixmultiplikation	148
5.4	Lösen von LGS	150
5.4.1	Gaußverfahren	152
5.4.2	Bestimmung von Inversen	156
5.4.3	LGS mit der inversen Matrix lösen	158
5.4.4	Determinanten	159
5.4.5	Inverse einer $2 \times 2$ -Matrix	161
5.4.6	Ausblick	162
5.5	Lineare Abbildungen	163
5.5.1	Vektorräume	163
5.5.2	Matrizen als lineare Abbildungen	166
5.5.3	Eigenwerte und Eigenvektoren	167
5.6	Datenfitten von Polynomfunktionen	175
5.6.1	Minimierung der Fehlerquadrate	175
5.7	Aufgaben	178
<b>6</b>	<b>Modellierung mit gewöhnlichen Differenzialgleichungen</b>	<b>181</b>
6.1	Motivation	182
6.2	Mathematische Modellierung in den Biowissenschaften	186
6.2.1	Was ist ein Modell?	186
6.2.2	Warum lohnt es sich, mathematische Modelle zu formulieren?	188
6.2.3	Modellierungsprozess	189
6.2.4	Wann kann man gewöhnliche Differenzialgleichungen zum Modellieren verwenden?	190
6.3	Modellierung biochemischer Prozesse	193
6.3.1	Die Grundprinzipien für das Aufstellen einer gewöhnlichen Differenzialgleichung	193
6.3.2	Massenwirkungsgesetz	198
6.3.3	Enzymkinetik	200
6.3.4	Modellierung von Signalwegen	208
6.4	Einführung in die Theorie gewöhnlicher Differenzialgleichungen	211
6.4.1	Lösbarkeit von Differenzialgleichungen	212
6.4.2	Separation der Variablen	214
6.4.3	Richtungsfeld	220
6.4.4	Gleichgewichtspunkte	222
6.4.5	Stabilität nichtlinearer Differenzialgleichungen	226
6.4.6	Phasendiagramm	228

---

6.5	Systeme gewöhnlicher Differenzialgleichungen .....	230
6.5.1	Lineare Systeme von gewöhnlichen Differenzialgleichungen .....	232
6.5.2	Stabilität von Gleichgewichtspunkten bei linearen Systemen .....	246
6.5.3	Nichtlineare Systeme von gewöhnlichen Differenzialgleichungen .	250
6.5.4	Phasendiagramme.....	262
6.6	Aufgaben.....	273
<b>Glossar.</b>	.....	275
<b>Anhang für Häschenfreunde</b>	.....	279
<b>Literaturverzeichnis</b>	.....	281
<b>Sachverzeichnis</b>	.....	283