

Inhaltsverzeichnis

1	Riemann-Integrale	1
1.1	Eigentliche und uneigentliche Riemann-Integrale	1
1.2	Aufgaben	7
	Die Integration wichtiger Sprungfunktionen	7
	Eigentliche und uneigentliche Riemann-Integrale	8
	Nullmengen und Riemann-Integral	14
	Der Wallissche Produktsatz für $\pi/2$	15
	Die Eulersche Summenformel, Teil I	17
	Bernoulli-Zahlen	18
	Die Eulersche Summenformel, Teil II	21
	Die Stirlingsche Formel	23
2	Doppelintegrale	25
2.1	Doppelintegrale über einem Normalbereich	25
2.2	Aufgaben	30
	Gebiete im \mathbb{R}^2	30
	Konstante Funktionen auf Gebieten	32
	Doppelintegrale	33
	Gewichtsmittelpunkt eines ebenen Gebietes	34
3	Wegintegrale	37
3.1	Wegintegrale, der Gaußsche Integralsatz der Ebene	37
3.2	Aufgaben	43
	Das Wegintegral in einem Gradientenfeld	43
	Der Gaußsche Integralsatz der Ebene	44
	Die integrale Form einer Erhaltungsgleichung	46
	Hyperbelfunktionen	48
	Das Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters	49

4	Lebesgue-Integrale	53
4.1	Grundlagen der Lebesgueschen Integrationstheorie	53
4.2	Aufgaben	65
	Lebesgue-Integrale	65
	Absolute Integrierbarkeit und Dreiecksungleichung	65
	Sätze von B. Levi und H. L. Lebesgue für Reihen	66
	Konvergenz gegen ein Diracsches Punktmaß	67
	Integration mittels Kugelkoordinaten	68
	Die Gaußsche Normalverteilung	69
	Die Gamma- und die Zeta-Funktion	73
	Euler-Mascheronische Konstante γ	76
	Allgemeines Gaußsches Fehlerintegral	79
	Bestimmung der Ellipsenfläche	81
	Kovarianzmatrix zur n -dimensionalen Gaußschen Verteilung ..	82
	Wichtige Integrale in der Fourier-Analyse und Optik	83
	Ein falscher Gebrauch des Satzes von Fubini	87
5	Oberflächenintegrale	89
5.1	Oberflächenintegrale, Integralsätze von Gauß und Stokes	89
5.2	Das Poincarésche Kreismodell der hyperbolischen Geometrie	101
5.3	Transformation des Metrikensors ohne Flächeneinbettung	105
5.4	Aufgaben	107
	Das Volumen der n -dimensionalen Einheitskugel	107
	Integration rotationssymmetrischer Funktionen	110
	Oberfläche und Volumen eines Rotationskörpers	113
	Eulersches Betaintegral nach Jacobi	116
	Der Gaußsche Integralsatz für Quader	118
	Anwendungen des Gaußschen Satzes im \mathbb{R}^3	119
	Anwendung des Stokesschen Integralsatzes	122
	Eine Metrik für das Poincarésche Kreismodell	123
6	Fourier-Reihen	127
6.1	Die Theorie der Fourier-Reihen	127
6.2	Aufgaben	144
	Fourier-Entwicklung der Funktionen β_n	144
	Wellengleichrichter	147
	Wärmeleitung	149
	Eindeutigkeitssatz für Fourier-Reihen	156
	Abklingverhalten für Fourier-Reihen glatter Funktionen	157
	Partialbruchzerlegung der Cotangens-Funktion	158
	Das Eulersche Sinusprodukt	159
	Gibbs-Phänomen	160

7	Fourier-Transformation	163
7.1	L_p -Räume und die Theorie der Fourier-Transformation	163
7.2	Aufgaben	179
	L_p -Funktionen auf beschränktem Gebiet	179
	L_p -Funktionen auf dem \mathbb{R}^n	179
	Rechenregeln für Fourier-Transformierte	180
	Fourier-Transformierte vom Rechteck- und Dreiecksfenster ...	183
	Das Dreiecksfenster und seine Fourier-Transformierte	185
	Hermite-Polynome und harmonischer Oszillator	188
	Die Unschärfe des harmonischen Oszillators	197
	Der harmonische Oszillator mit physikalischen Maßeinheiten .	201
8	Grundlagen der Funktionentheorie	203
8.1	Aufgabenstellung und Grundlagen der Funktionentheorie	203
8.2	Holomorphe Funktionen	204
8.3	Kurvenintegrale	214
8.4	Möbius-Transformationen (gebrochen rationale Abbildungen)	230
8.5	Der Riemannsche Abbildungssatz	237
8.6	Aufgaben	242
	Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen	242
	Verkettung harmonischer mit holomorphen Funktionen	246
	Die holomorphe Ergänzung einer harmonischen Funktion	247
	Komplexe Logarithmusfunktionen	249
	Komplexe Arcus-Tangens-Funktionen	253
	Integraldarstellung der Hermite-Polynome	255
	Fresnelsche Integrale, Cauchyscher Integralsatz	256
	Dirichlet-Integral und Cauchyscher Integralsatz	258
	Von der Poisson-Formel zum Fundamentalsatz der Algebra ...	261
	Der Konvergenzradius der Bernoullischen Potenzreihe	265
	Integraldarstellung der Logarithmusfunktion	266
	Das Maximumprinzip	269
	Schwarzsches Lemma	272
	Nullstellenanzahl, Satz von Rouché	273
	Anwendungen des Residuensatzes	276
	Homotopie und einfacher Zusammenhang	279
	Die Möbius-Transformation	281
	Biholomorphe Abbildungen	283
	Eine biholomorphe Einschränkung der Sinus-Funktion	285
9	Anwendungen der Funktionentheorie	287
9.1	Hyperbolische Geometrie	287
	Möbius-Transformationen im Poincaréschen Kreismodell	294
	Das Halbebenenmodell der hyperbolischen Geometrie	298
	Die H-Kongruenzabbildungen	304
	Die biholomorphen Automorphismen von E	305

	Die biholomorphen Automorphismen von H	307
	Die analytische Beschreibung eines H -Kreises	307
9.2	Dirichletsches Randwertproblem für die ebene Laplace-Gleichung .	310
	Integralformeln von Poisson-Schwarz für den Einheitskreis ...	315
	Stetig auf den Rand fortsetzbare Lösungen im Einheitskreis ...	316
	Das Maximumprinzip für das Dirichletsche Randwertproblem .	318
	Die Eindeutigkeit der stetig fortsetzbaren Lösungen	319
	Renormierung der Sprungunstetigkeiten einer Randvorgabe ...	321
	Neumannsche Interpretation der stationären Wärmeleitung ...	323
	Poissonsche Integralformel für die Halbebene	324
	Verpflanzungsmethode für Potentialprobleme	327
9.3	Potentialprobleme in der Elektrostatik und Strömungsmechanik. ...	331
	Elektrostatik und Möbius-Transformationen	331
	Ebene Potentialströmung einer idealen Flüssigkeit	336
	Joukowski Abbildung für die Umströmung eines Tragflügels ..	341
	Verpflanzung mit der Joukowski-Abbildung	342
9.4	Die Gamma-Funktion	346
	Residuen der Gamma-Funktion	352
	Weitere Eigenschaften der Gamma-Funktion im Komplexen ...	353
	Euler-Stieltjes Formel für γ	356
	Stirlingsche Formel für die Gamma-Funktion	359
9.5	Der Satz von Wiener-Ikehara	364
	Verschiedene Darstellungen der Riemannschen Zeta-Funktion .	378
	Logarithmierung der Riemannschen Zeta-Funktion	379
	Anwendung des Wiener-Ikehara Satzes	381
	Der Primzahlsatz	383
	Bochner Hilfssatz	385
	Dirichlet-Reihen mit multiplikativen Koeffizienten	387
	Weitere Anwendungen des Wiener-Ikehara Satzes	388
	Literaturverzeichnis	391
	Indexverzeichnis	393