

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | Généralités | 1 |
| 1.1 | La modélisation en Mécanique des Fluides | 1 |
| 2 | Equations de conservation | 5 |
| 2.1 | Notion de milieu continu | 5 |
| 2.2 | Cinématique des fluides | 6 |
| 2.2.1 | Dérivée particulaire | 6 |
| 2.2.2 | Description Lagrangienne | 6 |
| 2.2.3 | Description Eulérienne | 7 |
| 2.2.4 | Définitions | 8 |
| 2.2.5 | Expressions des dérivées particulières | 9 |
| 2.3 | Conservation de la masse | 13 |
| 2.3.1 | Approche classique | 13 |
| 2.3.2 | Cas d'un fluide pur | 15 |
| 2.3.3 | Ecoulement incompressible | 16 |
| 2.3.4 | Ecoulement incompressible mais dilatable | 17 |
| 2.4 | Conservation de la quantité de mouvement | 18 |
| 2.4.1 | Enoncé fondamental de la dynamique | 18 |
| 2.4.2 | Expression des contraintes | 19 |
| 2.4.3 | Equation locale du mouvement | 22 |
| 2.4.4 | Lois de comportement | 23 |
| 2.4.5 | Tenseur des vitesses de déformation | 23 |
| 2.4.6 | Tenseur des déformations | 25 |
| 2.4.7 | Symétrie du tenseur des contraintes | 25 |
| 2.4.8 | Fluide Newtonien isotrope | 28 |
| 2.4.9 | Application du second principe de la thermodynamique | 34 |
| 2.4.10 | Approche standard | 38 |
| 2.4.11 | Hypothèse de Stokes et pressions mécanique et thermodynamique | 39 |
| 2.4.12 | Equation de Navier-Stokes | 40 |
| 2.5 | Conservation de l' Energie | 42 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2.6 | Équations d'état | 46 |
| 3 | Propriétés générales des équations | 47 |
| 3.1 | Système d'équations générales | 47 |
| 3.2 | Conditions aux limites | 48 |
| 3.2.1 | Conditions aux limites mécaniques : | 49 |
| 3.2.2 | Conditions aux limites thermiques | 51 |
| 3.2.3 | Conditions aux limites périodiques | 52 |
| 3.2.4 | Intégration des conditions aux limites dans les équations | 54 |
| 3.2.5 | Condition initiale : | 56 |
| 3.2.6 | Grandeurs de références : | 56 |
| 3.3 | Analyse adimensionnelle | 58 |
| 3.3.1 | Vitesse du son dans un gaz | 60 |
| 3.3.2 | Corps solide dans un fluide en écoulement stationnaire | 61 |
| 3.3.3 | Ecoulement en régime stationnaire établi d'un fluide incompressible visqueux dans un conduit | 62 |
| 3.4 | Similitude | 63 |
| 3.4.1 | Ecoulements en charge d'un fluide visqueux incompressible dans le champ de pesanteur | 64 |
| 3.4.2 | Ecoulement à surface libre | 67 |
| 3.4.3 | Ecoulements compressibles | 68 |
| 3.4.4 | Utilisation pratique des conditions de similitude | 71 |
| 3.5 | Approximation de Boussinesq | 72 |
| 3.5.1 | Modèles "bas nombre de Mach" | 73 |
| 3.6 | Couplage des équations de Navier-Stokes | 74 |
| 3.6.1 | Généralités | 74 |
| 3.6.2 | Formulation en variables primitives p,V,T | 75 |
| 3.6.3 | Formulation en Rotationnel, Potentiel-Vecteur | 78 |
| 3.6.4 | Projection vectorielle | 79 |
| 3.7 | Dégénérescences des équations de Navier-Stokes | 84 |
| 3.7.1 | Choix des échelles | 85 |
| 3.7.2 | Principales dégénérescences | 86 |
| 3.7.3 | Méthodes de perturbations | 87 |
| 4 | Solutions exactes des équations de Navier-Stokes | 89 |
| 4.1 | Solutions exactes, solutions semblables | 89 |
| 4.1.1 | Premier problème de Rayleigh | 90 |
| 4.1.2 | Tourbillon self-similaire | 91 |
| 4.2 | Autres solutions exactes | 92 |
| 4.2.1 | L'écoulement de Poiseuille plan et axi-symétrique | 93 |
| 4.2.2 | Ecoulement instationnaire dans un tube | 94 |
| 4.2.3 | Ecoulement instationnaire entre deux plans | 95 |
| 4.2.4 | Ecoulement entre deux plans à viscosité variable | 96 |
| 4.2.5 | Ecoulement entre deux plans avec dissipation visqueuse | 96 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 4.2.6 | Ecoulement laminaire dans un conduit à section rectangulaire | 97 |
| 4.2.7 | L'écoulement de Couette cylindrique | 100 |
| 4.2.8 | Mise en rotation d'un fluide visqueux dans un cylindre | 102 |
| 4.2.9 | Ecoulement de Couette pour un fluide de Bingham..... | 104 |
| 5 | Dynamique des fluides parfaits - $Re \rightarrow \infty$ | 107 |
| 5.1 | Théorème de la quantité de mouvement | 107 |
| 5.2 | Théorèmes de Bernouilli | 108 |
| 5.2.1 | Premier théorème de Bernoulli | 108 |
| 5.2.2 | Rotation et tourbillon | 108 |
| 5.3 | Ecoulements irrotationnels de fluides parfaits | 110 |
| 5.3.1 | Intérêt du concept | 110 |
| 5.3.2 | Potentiel des vitesses, potentiel complexe, fonction de courant | 110 |
| 5.3.3 | Propriétés des potentiels complexes | 115 |
| 5.3.4 | Problème inverse : champs élémentaires correspondant aux singularités des fonctions analytiques | 117 |
| 5.3.5 | Champs élémentaires | 118 |
| 6 | Approximation de Stokes - $Re \rightarrow 0$ | 127 |
| 6.1 | Equation de Stokes | 127 |
| 6.1.1 | Le problème de la pression | 127 |
| 6.1.2 | Les différentes formes de l'équation de Stokes | 128 |
| 6.2 | Propriétés de l'équation de Stokes | 129 |
| 6.2.1 | Unicité | 129 |
| 6.2.2 | Réversibilité | 129 |
| 6.2.3 | Additivité | 131 |
| 6.2.4 | Minimisation de la dissipation | 131 |
| 6.2.5 | Efforts en régime de Stokes | 132 |
| 6.3 | Exemples d'écoulements en régime de Stokes | 132 |
| 6.3.1 | Cylindre circulaire en milieu infini - paradoxe de Stokes .. | 132 |
| 6.4 | Ecoulements en milieux poreux | 133 |
| 6.4.1 | Généralités | 133 |
| 6.4.2 | Définitions | 134 |
| 6.4.3 | Loi de Darcy | 136 |
| 6.4.4 | Loi d'Ergun, équation de Darcy-Forchheimer | 136 |
| 6.4.5 | Equation de l'énergie | 138 |
| 7 | La couche limite - $\varepsilon = \delta/L \rightarrow 0$ | 139 |
| 7.1 | Concept de couche limite | 139 |
| 7.2 | Quelques écoulements cisaillés et décollements | 141 |
| 7.2.1 | Couche limite sur plaque plane | 141 |
| 7.2.2 | Jet impactant une paroi | 142 |
| 7.2.3 | Marche descendante | 142 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 7.2.4 | Cavité entraînée | 144 |
| 7.2.5 | Ecoulement autour de deux cylindres | 145 |
| 7.3 | Estimation de quelques ordres de grandeur | 146 |
| 7.4 | Echelles caractéristiques de la couche limite | 148 |
| 7.5 | Equations de la couche limite sur plaque plane | 152 |
| 7.5.1 | Solution de Blasius | 154 |
| 7.6 | Couche limite thermique | 157 |
| 8 | Stabilité, chaos | 161 |
| 8.1 | Généralités | 161 |
| 8.2 | Théorie linéaire de la stabilité | 164 |
| 8.3 | Méthode de l'énergie | 165 |
| 8.4 | Exemples d'instabilités | 166 |
| 8.4.1 | Instabilité de Rayleigh-Bénard | 166 |
| 8.5 | Stabilité des écoulements presque parallèles | 167 |
| 8.5.1 | Stabilité linéaire | 167 |
| 8.5.2 | Cas des perturbations tridimensionnelles | 171 |
| 8.5.3 | L'écoulement plan de Poiseuille | 174 |
| 8.5.4 | La couche limite de Blasius | 177 |
| 9 | Turbulence | 183 |
| 9.1 | Caractères généraux de la turbulence | 183 |
| 9.1.1 | Caractère aléatoire, hasardeux | 183 |
| 9.1.2 | Une extrême sensibilité aux conditions initiales | 185 |
| 9.1.3 | Une perte de mémoire | 185 |
| 9.1.4 | Une forte diffusivité apparente | 186 |
| 9.1.5 | La coexistence d'échelles spatiales très différentes | 186 |
| 9.1.6 | La cascade d'énergie due aux échanges entre les tourbillons | 187 |
| 9.2 | Les concepts de base et les différentes approches | 191 |
| 9.3 | La modélisation statistique | 191 |
| 9.3.1 | La décomposition de Reynolds, O. Reynolds, 1878 | 191 |
| 9.3.2 | La décomposition de Favre | 192 |
| 9.3.3 | Système d'équations moyennées | 193 |
| 9.3.4 | Hypothèses de fermeture | 195 |
| 9.3.5 | Modèle de turbulence $k - \epsilon$ | 196 |
| 9.3.6 | Modèle de turbulence RNG | 197 |
| 9.3.7 | Modèle de turbulence V2F | 198 |
| 9.3.8 | La turbulence en écoulements cisaillés | 201 |
| 9.3.9 | Les équations de la couche de mélange turbulente | 201 |
| 9.3.10 | Recherche d'une solution auto-similaire | 203 |
| 9.3.11 | La solution de Goertler | 204 |
| 9.4 | La Simulation des Grandes Echelles | 206 |
| 9.4.1 | Position du problème | 206 |
| 9.4.2 | Principe de la simulation des grandes échelles | 206 |
| 9.4.3 | Modélisation de sous-maille | 208 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 9.5 | Les écoulements dans les conduits | 210 |
| 9.5.1 | Profils de vitesse | 210 |
| 9.5.2 | Perte de charge, Coefficient de perte de charge | 210 |
| 9.5.3 | Etablissement du régime | 212 |
| 9.5.4 | Evolution de la température de mélange | 213 |
| 10 | Les écoulements compressibles | 215 |
| 10.1 | Généralités | 215 |
| 10.1.1 | Aspects physiques des écoulements compressibles | 215 |
| 10.2 | Equations de conservation en compressible | 216 |
| 10.2.1 | Expression d'un bilan | 216 |
| 10.2.2 | Equations aux discontinuités | 217 |
| 10.2.3 | Dérivée particulière d'une intégrale de volume | 218 |
| 10.2.4 | Conservation de la masse | 218 |
| 10.2.5 | Conservation de la quantité de mouvement | 219 |
| 10.2.6 | Conservation de l'Energie | 220 |
| 10.2.7 | Equation aux discontinuités associée au bilan d'entropie .. | 222 |
| 10.2.8 | Forme locale de l'équation de l'Energie | 222 |
| 10.2.9 | Autres formes de l'Equation de l'Energie | 223 |
| 10.2.10 | Formulation adimensionnelle des équations | 225 |
| 10.3 | Ecoulements à faibles nombres de Mach | 226 |
| 10.3.1 | Modèle Bas Mach | 226 |
| 10.4 | Ecoulements de fluide parfait | 227 |
| 10.5 | Ecoulements monodimensionnels continus d'un fluide parfait | 228 |
| 10.5.1 | Evolutions isothermes et adiabatiques | 228 |
| 10.5.2 | Equations fondamentales | 230 |
| 10.5.3 | Théorème d'Hugoniot | 233 |
| 10.5.4 | Détente et compression continues isentropiques d'un gaz parfait | 234 |
| 10.5.5 | Cas limite de l'écoulement incompressible | 236 |
| 10.6 | Ondes de choc | 237 |
| 10.6.1 | Physique des phénomènes | 237 |
| 10.6.2 | Onde de choc plane stationnaire | 239 |
| 10.6.3 | Onde de choc plane stationnaire pour un gaz parfait | 240 |
| 10.6.4 | Variation du taux de compression en fonction du nombre de Mach amont | 243 |
| 10.6.5 | Tuyère supersonique | 244 |
| 11 | Multiphysique | 247 |
| 11.1 | Sur une approche globale Navier-Stokes - Brinkman - Darcy | 247 |
| 11.1.1 | Introduction | 247 |
| 11.1.2 | Justification du modèle proposé | 248 |
| 11.1.3 | Conditions de raccordement et conditions aux limites | 251 |
| 11.1.4 | Cas de l'homogénéisation sur une cellule périodique | 251 |
| 11.1.5 | Cas d'un écoulement autour d'un cylindre dans un canal | 254 |

| | |
|--|------------|
| 11.1.6 Cas d'un écoulement autour d'un cylindre en milieu infini | 255 |
| 11.2 Modification des termes visqueux | 261 |
| 11.2.1 Reformulation du tenseur des contraintes | 261 |
| 11.2.2 Pénalisation de la contrainte d'incompressibilité | 263 |
| 11.2.3 Pénalisation de la contrainte de rotation | 264 |
| 11.3 Modèle multiphysique multimatériaux | 265 |
| 11.3.1 Bases du modèle | 266 |
| 11.3.2 Equations de conservation | 268 |
| 11.3.3 Equations de conservation vectorielles | 271 |
| 11.3.4 Etape eulérienne | 273 |
| 11.3.5 La pression en incompressible | 273 |
| 11.3.6 Remarque sur la loi de Stokes | 274 |
| 11.3.7 Comportement du modèle sur quelques exemples | 276 |
| Littérature | 307 |
| Index | 321 |