

1	Généralités	1
1.1	La modélisation en Mécanique des Fluides	1
2	Equations de conservation	5
2.1	Notion de milieu continu	5
2.2	Cinématique des fluides	6
2.2.1	Dérivée particulaire	6
2.2.2	Description Lagrangienne	6
2.2.3	Description Eulérienne	7
2.2.4	Définitions	8
2.2.5	Expressions des dérivées particulières	9
2.3	Conservation de la masse	13
2.3.1	Approche classique	13
2.3.2	Cas d'un fluide pur	15
2.3.3	Ecoulement incompressible	16
2.3.4	Ecoulement incompressible mais dilatable	17
2.4	Conservation de la quantité de mouvement	18
2.4.1	Enoncé fondamental de la dynamique	18
2.4.2	Expression des contraintes	19
2.4.3	Equation locale du mouvement	22
2.4.4	Lois de comportement	23
2.4.5	Tenseur des vitesses de déformation	23
2.4.6	Tenseur des déformations	25
2.4.7	Symétrie du tenseur des contraintes	25
2.4.8	Fluide Newtonien isotrope	28
2.4.9	Application du second principe de la thermodynamique	34
2.4.10	Approche standard	38
2.4.11	Hypothèse de Stokes et pressions mécanique et thermodynamique	39
2.4.12	Equation de Navier-Stokes	40
2.5	Conservation de l' Energie	42

2.6	Equations d'état	46
3	Propriétés générales des équations	47
3.1	Système d'équations générales	47
3.2	Conditions aux limites	48
3.2.1	Conditions aux limites mécaniques :	49
3.2.2	Conditions aux limites thermiques	51
3.2.3	Conditions aux limites périodiques	52
3.2.4	Intégration des conditions aux limites dans les équations	54
3.2.5	Condition initiale :	56
3.2.6	Grandeurs de références :	56
3.3	Analyse adimensionnelle	58
3.3.1	Vitesse du son dans un gaz	60
3.3.2	Corps solide dans un fluide en écoulement stationnaire	61
3.3.3	Ecoulement en régime stationnaire établi d'un fluide incompressible visqueux dans un conduit	62
3.4	Similitude	63
3.4.1	Ecoulements en charge d'un fluide visqueux incompressible dans le champ de pesanteur	64
3.4.2	Ecoulement à surface libre	67
3.4.3	Ecoulements compressibles	68
3.4.4	Utilisation pratique des conditions de similitude	71
3.5	Approximation de Boussinesq	72
3.5.1	Modèles "bas nombre de Mach"	73
3.6	Couplage des équations de Navier-Stokes	74
3.6.1	Généralités	74
3.6.2	Formulation en variables primitives p, V, T	75
3.6.3	Formulation en Rotationnel, Potentiel-Vecteur	78
3.6.4	Projection vectorielle	79
3.7	Dégénérescences des équations de Navier-Stokes	84
3.7.1	Choix des échelles	85
3.7.2	Principales dégénérescences	86
3.7.3	Méthodes de perturbations	87
4	Solutions exactes des équations de Navier-Stokes	89
4.1	Solutions exactes, solutions semblables	89
4.1.1	Premier problème de Rayleigh	90
4.1.2	Tourbillon self-similaire	91
4.2	Autres solutions exactes	92
4.2.1	L'écoulement de Poiseuille plan et axi-symétrique	93
4.2.2	Ecoulement instationnaire dans un tube	94
4.2.3	Ecoulement instationnaire entre deux plans	95
4.2.4	Ecoulement entre deux plans à viscosité variable	96
4.2.5	Ecoulement entre deux plans avec dissipation visqueuse	96

4.2.6	Ecoulement laminaire dans un conduit à section rectangulaire	97
4.2.7	L'écoulement de Couette cylindrique	100
4.2.8	Mise en rotation d'un fluide visqueux dans un cylindre	102
4.2.9	Ecoulement de Couette pour un fluide de Bingham.....	104
5	Dynamique des fluides parfaits - $Re \rightarrow \infty$	107
5.1	Théorème de la quantité de mouvement	107
5.2	Théorèmes de Bernoulli	108
5.2.1	Premier théorème de Bernoulli	108
5.2.2	Rotation et tourbillon	108
5.3	Ecoulements irrotationnels de fluides parfaits	110
5.3.1	Intérêt du concept	110
5.3.2	Potentiel des vitesses, potentiel complexe, fonction de courant	110
5.3.3	Propriétés des potentiels complexes	115
5.3.4	Problème inverse : champs élémentaires correspondant aux singularités des fonctions analytiques	117
5.3.5	Champs élémentaires	118
6	Approximation de Stokes - $Re \rightarrow 0$	127
6.1	Equation de Stokes	127
6.1.1	Le problème de la pression	127
6.1.2	Les différentes formes de l'équation de Stokes	128
6.2	Propriétés de l'équation de Stokes	129
6.2.1	Unicité	129
6.2.2	Réversibilité	129
6.2.3	Additivité	131
6.2.4	Minimisation de la dissipation	131
6.2.5	Efforts en régime de Stokes	132
6.3	Exemples d'écoulements en régime de Stokes	132
6.3.1	Cylindre circulaire en milieu infini - paradoxe de Stokes ...	132
6.4	Ecoulements en milieux poreux	133
6.4.1	Généralités	133
6.4.2	Définitions	134
6.4.3	Loi de Darcy	136
6.4.4	Loi d'Ergun, équation de Darcy-Forchheimer	136
6.4.5	Equation de l'énergie	138
7	La couche limite - $\varepsilon = \delta/L \rightarrow 0$	139
7.1	Concept de couche limite	139
7.2	Quelques écoulements cisailés et décollements	141
7.2.1	Couche limite sur plaque plane	141
7.2.2	Jet impactant une paroi	142
7.2.3	Marche descendante	142

7.2.4	Cavité entraînée	144
7.2.5	Ecoulement autour de deux cylindres	145
7.3	Estimation de quelques ordres de grandeur	146
7.4	Echelles caractéristiques de la couche limite	148
7.5	Equations de la couche limite sur plaque plane	152
7.5.1	Solution de Blasius	154
7.6	Couche limite thermique	157
8	Stabilité, chaos	161
8.1	Généralités	161
8.2	Théorie linéaire de la stabilité	164
8.3	Méthode de l'énergie	165
8.4	Exemples d'instabilités	166
8.4.1	Instabilité de Rayleigh-Bénard	166
8.5	Stabilité des écoulements presque parallèles	167
8.5.1	Stabilité linéaire	167
8.5.2	Cas des perturbations tridimensionnelles	171
8.5.3	L'écoulement plan de Poiseuille	174
8.5.4	La couche limite de Blasius	177
9	Turbulence	183
9.1	Caractères généraux de la turbulence	183
9.1.1	Caractère aléatoire, hasardeux	183
9.1.2	Une extrême sensibilité aux conditions initiales	185
9.1.3	Une perte de mémoire	185
9.1.4	Une forte diffusivité apparente	186
9.1.5	La coexistence d'échelles spatiales très différentes	186
9.1.6	La cascade d'énergie due aux échanges entre les tourbillons	187
9.2	Les concepts de base et les différentes approches	191
9.3	La modélisation statistique	191
9.3.1	La décomposition de Reynolds, O. Reynolds, 1878	191
9.3.2	La décomposition de Favre	192
9.3.3	Système d'équations moyennées	193
9.3.4	Hypothèses de fermeture	195
9.3.5	Modèle de turbulence $k - \epsilon$	196
9.3.6	Modèle de turbulence RNG	197
9.3.7	Modèle de turbulence V2F	198
9.3.8	La turbulence en écoulements cisailés	201
9.3.9	Les équations de la couche de mélange turbulente	201
9.3.10	Recherche d'une solution auto-similaire	203
9.3.11	La solution de Goertler	204
9.4	La Simulation des Grandes Echelles	206
9.4.1	Position du problème	206
9.4.2	Principe de la simulation des grandes échelles	206
9.4.3	Modélisation de sous-maille	208

9.5	Les écoulements dans les conduits	210
9.5.1	Profils de vitesse	210
9.5.2	Perte de charge, Coefficient de perte de charge	210
9.5.3	Etablissement du régime	212
9.5.4	Evolution de la température de mélange	213
10	Les écoulements compressibles	215
10.1	Généralités	215
10.1.1	Aspects physiques des écoulements compressibles	215
10.2	Equations de conservation en compressible	216
10.2.1	Expression d'un bilan	216
10.2.2	Equations aux discontinuités	217
10.2.3	Dérivée particulaire d'une intégrale de volume	218
10.2.4	Conservation de la masse	218
10.2.5	Conservation de la quantité de mouvement	219
10.2.6	Conservation de l'Energie	220
10.2.7	Equation aux discontinuités associée au bilan d'entropie	222
10.2.8	Forme locale de l'équation de l'Energie	222
10.2.9	Autres formes de l'Equation de l'Energie	223
10.2.10	Formulation adimensionnelle des équations	225
10.3	Ecoulements à faibles nombres de Mach	226
10.3.1	Modèle Bas Mach	226
10.4	Ecoulements de fluide parfait	227
10.5	Ecoulements monodimensionnels continus d'un fluide parfait	228
10.5.1	Evolutions isothermes et adiabatiques	228
10.5.2	Equations fondamentales	230
10.5.3	Théorème d'Hugoniot	233
10.5.4	Détente et compression continues isentropiques d'un gaz parfait	234
10.5.5	Cas limite de l'écoulement incompressible	236
10.6	Ondes de choc	237
10.6.1	Physique des phénomènes	237
10.6.2	Onde de choc plane stationnaire	239
10.6.3	Onde de choc plane stationnaire pour un gaz parfait	240
10.6.4	Variation du taux de compression en fonction du nombre de Mach amont	243
10.6.5	Tuyère supersonique	244
11	Multiphysique	247
11.1	Sur une approche globale Navier-Stokes - Brinkman - Darcy	247
11.1.1	Introduction	247
11.1.2	Justification du modèle proposé	248
11.1.3	Conditions de raccordement et conditions aux limites	251
11.1.4	Cas de l'homogénéisation sur une cellule périodique	251
11.1.5	Cas d'un écoulement autour d'un cylindre dans un canal	254

11.1.6 Cas d'un écoulement autour d'un cylindre en milieu infini . 255

11.2 Modification des termes visqueux 261

11.2.1 Reformulation du tenseur des contraintes 261

11.2.2 Pénalisation de la contrainte d'incompressibilité 263

11.2.3 Pénalisation de la contrainte de rotation 264

11.3 Modèle multiphysique multimatériaux 265

11.3.1 Bases du modèle 266

11.3.2 Equations de conservation 268

11.3.3 Equations de conservation vectorielles 271

11.3.4 Etape eulérienne 273

11.3.5 La pression en incompressible 273

11.3.6 Remarque sur la loi de Stokes 274

11.3.7 Comportement du modèle sur quelques exemples 276

Littérature 307

Index 321