

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>XI</b>
<b>I    Balancieren mit Differentialgleichungen: Der Segway</b>	<b>1</b>
Jörg Härterich, Martin Mönigmann, Aeneas Roach, Moritz Schulze Darup	
<b>1    Die Aufgabe</b>	<b>3</b>
1.1   Steckbrief . . . . .	3
1.2   Ausführliche Projektbeschreibung . . . . .	3
1.3   Mathematische Inhalte . . . . .	4
<b>2    Die Schritte zum Ziel</b>	<b>5</b>
2.1   Ein einfaches Modell aufstellen . . . . .	5
2.2   Die Bewegung des Pendels verstehen und beschreiben, . . . . .	5
2.3   Zwischenbilanz . . . . .	8
2.4   Regelung durch Zustandsrückführung . . . . .	8
<b>3    Die Lösungen</b>	<b>11</b>
3.1   Ein einfaches Modell aufstellen (Aufgaben 2.1) . . . . .	11
3.2   Die Bewegung des Pendels verstehen und beschreiben (Aufgaben 2.2)	12
3.2.1   Aufstellen der Bewegungsgleichung . . . . .	12
3.2.2   Linearisieren der Bewegungsgleichung . . . . .	14
3.2.3   Lösen der Bewegungsgleichung . . . . .	17
3.3   Zwischenbilanz (Aufgaben 2.3) . . . . .	21
3.4   Regelung durch Zustandsrückführung (Aufgaben 2.4) . . . . .	26
3.4.1   Eingang abhängig vom Zustand . . . . .	26
3.4.2   Bestimmung einer Reglermatrix . . . . .	27
3.4.3   Die Lösung der neuen Bewegungsgleichungen . . . . .	28
3.5   Exkurs: Anwendung der Zustandsrückführung . . . . .	29
<b>4    Das Experiment</b>	<b>35</b>
4.1   Der Versuchsstand . . . . .	35
4.2   Implementierung und Auswertung des Regelgesetzes . . . . .	36
4.3   Experimentieren mit dem inversen Pendel . . . . .	40
4.4   Vom inversen Pendel zum Segway . . . . .	42
<b>5    Exemplarischer Zeitplan</b>	<b>47</b>

<b>II Cool bleiben: Design eines Rippenkühlers</b>	<b>51</b>
Jörg Härterich, Aeneas Rooch	
<b>6 Die Aufgabe</b>	<b>53</b>
6.1 Steckbrief	53
6.2 Ausführliche Projektbeschreibung	53
6.3 Mathematische Inhalte	54
<b>7 Die Schritte zum Ziel</b>	<b>55</b>
7.1 Wärmetransport	55
7.2 Verstehen, wie Wärme fließt	55
7.3 Warmup: Stationäre, eindimensionale Wärmeleitung	56
7.4 Der Temperaturverlauf in Kühlrippen	57
7.5 Den Wirkungsgrad optimieren	61
7.6 Die Anzahl der Rippen optimieren	62
<b>8 Die Lösungen</b>	<b>65</b>
8.1 Wärmetransport	65
8.2 Verstehen, wie Wärme fließt	66
8.3 Stationäre, eindimensionale Wärmeleitung	67
8.3.1 Aufstellen der Wärmeleitungsgleichung	67
8.4 Der Temperaturverlauf in Kühlrippen	72
8.4.1 Wärmeübergang durch Differentialgleichung beschreiben	72
8.4.2 Rechteckiges Rippenprofil	74
8.4.3 Parabolisches Rippenprofil	77
8.4.4 Dreieckiges Rippenprofil	79
8.4.5 Diskussion der Annahmen	82
8.5 Den Wirkungsgrad optimieren	83
8.5.1 Eine einzelne Rippe optimieren	83
8.5.2 Maximaler Wärmefluss	85
8.6 Die Anzahl der Rippen optimieren	87
<b>9 Exemplarischer Zeitplan</b>	<b>95</b>
<b>III Mit Trigonometrie schaukelfrei ans Ziel: Kransteuerung</b>	<b>97</b>
Jörg Härterich, Martin Mönnigmann, Aeneas Rooch	
<b>10 Die Aufgabe</b>	<b>99</b>
10.1 Steckbrief	99
10.2 Ausführliche Projektbeschreibung	99
10.3 Mathematische Inhalte	100

<b>11 Die Schritte zum Ziel</b>	<b>101</b>
11.1 Modellierung	101
11.2 Linearisierung der Bewegungsgleichungen	103
11.3 Der vorsichtige Kranführer: cosinusförmige Beschleunigung	104
11.4 Der sportliche Kranführer: Rechteck-Beschleunigung	110
11.5 Abschließender Vergleich	114
<b>12 Die Lösungen</b>	<b>115</b>
12.1 Die Bewegungsgleichung (Aufgaben 11.1)	115
12.2 Von der nichtlinearen zur linearen Differentialgleichung (Aufgaben 11.2)	117
12.2.1 Vergleich des nichtlinearen Modells mit der linearisierten Form	118
12.3 Lösung für eine cosinusförmige Beschleunigung (Aufgaben 11.3)	121
12.3.1 Aufstellen der Differentialgleichung	121
12.3.2 Lösen der Differentialgleichung	123
12.3.3 Die Dauer der Beschleunigungsphase	125
12.3.4 Die maximale Beschleunigung	127
12.3.5 Konkrete Sonderfälle	129
12.3.6 Zahlenbeispiele	131
12.4 Lösung für eine Rechteck-Beschleunigung (Aufgaben 11.4)	137
12.4.1 Die Beschleunigungsphase	137
12.4.2 Die Bremsphase	140
12.4.3 Die Symmetriebedingung	141
12.4.4 Die Bewegung in der Fahrphase	142
12.4.5 Zahlenbeispiele	145
12.5 Abschließender Vergleich	148
12.6 Unter der Lupe: Optimalsteuerung	148
<b>13 Exemplarischer Zeitplan</b>	<b>151</b>
<b>IV Immer mit der Ruhe: Schwingungstilgung</b>	<b>153</b>
Jörg Härterich, Philipp Junker, Aeneas Rooch	
<b>14 Die Aufgabe</b>	<b>155</b>
14.1 Steckbrief	155
14.2 Ausführliche Projektbeschreibung	155
14.3 Mathematische Inhalte	158
<b>15 Die Schritte zum Ziel</b>	<b>159</b>
15.1 Verstehen, wie sich die Masse bewegt	159
15.2 Realistischer modellieren mit Dämpfung	160

15.3	Werkzeug: Lineare Differentialgleichungssysteme lösen . . . . .	164
15.4	Das Praxisproblem lösen . . . . .	165
<b>16</b>	<b>Die Lösungen</b>	<b>167</b>
16.1	Verstehen, wie sich die Masse bewegt (Aufgaben 15.1) . . . . .	167
16.1.1	Lösung der Bewegungsgleichung . . . . .	167
16.1.2	Bewegungsgleichung bei Anregung . . . . .	168
16.1.3	Begriffe klären . . . . .	174
16.1.4	Vermessen des Versuchsaufbaus . . . . .	174
16.2	Realistischere Modellierung mit Dämpfung (Aufgaben 15.2) . . . . .	175
16.2.1	Dämpfungskraft . . . . .	175
16.2.2	Bewegungsgleichung mit Dämpfung . . . . .	175
16.2.3	Bewegungsgleichung mit Dämpfung bei Anregung . . . . .	177
16.3	Lineare Differentialgleichungssysteme (Aufgaben 15.3) . . . . .	183
16.4	Das Praxisproblem (Aufgaben 15.4) . . . . .	192
16.4.1	Korrektur der ersten Masse . . . . .	192
16.4.2	Aufstellen des homogenen DGL-Systems . . . . .	192
16.4.3	Bestimmen der Eigenfrequenzen . . . . .	194
16.4.4	Lösen des inhomogenen DGL-Systems . . . . .	202
16.4.5	Allgemeine Lösung der inhomogenen DGL . . . . .	205
<b>17</b>	<b>Das Experiment</b>	<b>209</b>
17.1	Experimenteller Aufbau . . . . .	209
17.1.1	Ziele und Anforderungen . . . . .	209
17.1.2	Aufbau und Fertigung . . . . .	210
17.2	Durchführung . . . . .	217
<b>18</b>	<b>Exemplarischer Zeitplan</b>	<b>221</b>