

# Inhaltsverzeichnis

## Abbildungsverzeichnis

XI

<b>1</b>	<b>Balancieren mit Differentialgleichungen: Der Segway</b>	<b>1</b>
Jörg Härterich, Martin Mönnigmann, Aeneas Rooth, Moritz Schulze Darup		
<b>1</b>	<b>Die Aufgabe</b>	<b>3</b>
1.1	Steckbrief . . . . .	3
1.2	Ausführliche Projektbeschreibung . . . . .	3
1.3	Mathematische Inhalte . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Die Schritte zum Ziel</b>	<b>5</b>
2.1	Ein einfaches Modell aufstellen . . . . .	5
2.2	Die Bewegung des Pendels verstehen und beschreiben, . . . . .	5
2.3	Zwischenbilanz . . . . .	8
2.4	Regelung durch Zustandsrückführung . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Die Lösungen</b>	<b>11</b>
3.1	Ein einfaches Modell aufstellen (Aufgaben 2.1) . . . . .	11
3.2	Die Bewegung des Pendels verstehen und beschreiben (Aufgaben 2.2) . . . . .	12
3.2.1	Aufstellen der Bewegungsgleichung . . . . .	12
3.2.2	Linearisieren der Bewegungsgleichung . . . . .	14
3.2.3	Lösen der Bewegungsgleichung . . . . .	17
3.3	Zwischenbilanz (Aufgaben 2.3) . . . . .	21
3.4	Regelung durch Zustandsrückführung (Aufgaben 2.4) . . . . .	26
3.4.1	Eingang abhängig vom Zustand . . . . .	26
3.4.2	Bestimmung einer Reglermatrix . . . . .	27
3.4.3	Die Lösung der neuen Bewegungsgleichungen . . . . .	28
3.5	Exkurs: Anwendung der Zustandsrückführung . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Das Experiment</b>	<b>35</b>
4.1	Der Versuchsstand . . . . .	35
4.2	Implementierung und Auswertung des Regelgesetzes . . . . .	36
4.3	Experimentieren mit dem inversen Pendel . . . . .	40
4.4	Vom inversen Pendel zum Segway . . . . .	42
<b>5</b>	<b>Exemplarischer Zeitplan</b>	<b>47</b>

<b>II Cool bleiben: Design eines Rippenkühlers</b>	<b>51</b>
Jörg Härterich, Aeneas Rooth	
<b>6 Die Aufgabe</b>	<b>53</b>
6.1 Steckbrief . . . . .	53
6.2 Ausführliche Projektbeschreibung . . . . .	53
6.3 Mathematische Inhalte . . . . .	54
<b>7 Die Schritte zum Ziel</b>	<b>55</b>
7.1 Wärmetransport . . . . .	55
7.2 Verstehen, wie Wärme fließt . . . . .	55
7.3 Warmup: Stationäre, eindimensionale Wärmeleitung . . . . .	56
7.4 Der Temperaturverlauf in Kühlrippen . . . . .	57
7.5 Den Wirkungsgrad optimieren . . . . .	61
7.6 Die Anzahl der Rippen optimieren . . . . .	62
<b>8 Die Lösungen</b>	<b>65</b>
8.1 Wärmetransport . . . . .	65
8.2 Verstehen, wie Wärme fließt . . . . .	66
8.3 Stationäre, eindimensionale Wärmeleitung . . . . .	67
8.3.1 Aufstellen der Wärmeleitungsgleichung . . . . .	67
8.4 Der Temperaturverlauf in Kühlrippen . . . . .	72
8.4.1 Wärmetübergang durch Differentialgleichung beschreiben . . . . .	72
8.4.2 Rechteckiges Rippenprofil . . . . .	74
8.4.3 Parabolisches Rippenprofil . . . . .	77
8.4.4 Dreieckiges Rippenprofil . . . . .	79
8.4.5 Diskussion der Annahmen . . . . .	82
8.5 Den Wirkungsgrad optimieren . . . . .	83
8.5.1 Eine einzelne Rippe optimieren . . . . .	83
8.5.2 Maximaler Wärmefluss . . . . .	85
8.6 Die Anzahl der Rippen optimieren . . . . .	87
<b>9 Exemplarischer Zeitplan</b>	<b>95</b>
<b>III Mit Trigonometrie schaukelfrei ans Ziel: Kransteuerung</b>	<b>97</b>
Jörg Härterich, Martin Mönnigmann, Aeneas Rooth	
<b>10 Die Aufgabe</b>	<b>99</b>
10.1 Steckbrief . . . . .	99
10.2 Ausführliche Projektbeschreibung . . . . .	99
10.3 Mathematische Inhalte . . . . .	100

<b>11 Die Schritte zum Ziel</b>	<b>101</b>
11.1 Modellierung . . . . .	101
11.2 Linearisierung der Bewegungsgleichungen . . . . .	103
11.3 Der vorsichtige Kranführer: cosinusförmige Beschleunigung . . . . .	104
11.4 Der sportliche Kranführer: Rechteck-Beschleunigung . . . . .	110
11.5 Abschließender Vergleich . . . . .	114
<b>12 Die Lösungen</b>	<b>115</b>
12.1 Die Bewegungsgleichung (Aufgaben 11.1) . . . . .	115
12.2 Von der nichtlinearen zur linearen Differentialgleichung (Aufgaben 11.2) . . . . .	117
12.2.1 Vergleich des nichtlinearen Modells mit der linearisierten Form . . . . .	118
12.3 Lösung für eine cosinusförmige Beschleunigung (Aufgaben 11.3) . . . . .	121
12.3.1 Aufstellen der Differentialgleichung . . . . .	121
12.3.2 Lösen der Differentialgleichung . . . . .	123
12.3.3 Die Dauer der Beschleunigungsphase . . . . .	125
12.3.4 Die maximale Beschleunigung . . . . .	127
12.3.5 Konkrete Sonderfälle . . . . .	129
12.3.6 Zahlenbeispiele . . . . .	131
12.4 Lösung für eine Rechteck-Beschleunigung (Aufgaben 11.4) . . . . .	137
12.4.1 Die Beschleunigungsphase . . . . .	137
12.4.2 Die Bremsphase . . . . .	140
12.4.3 Die Symmetriebedingung . . . . .	141
12.4.4 Die Bewegung in der Fahrphase . . . . .	142
12.4.5 Zahlenbeispiele . . . . .	145
12.5 Abschließender Vergleich . . . . .	148
12.6 Unter der Lupe: Optimalsteuerung . . . . .	148
<b>13 Exemplarischer Zeitplan</b>	<b>151</b>
<b>IV Immer mit der Ruhe: Schwingungstilgung</b>	<b>153</b>
Jörg Härterich, Philipp Junker, Aeneas Rooth	
<b>14 Die Aufgabe</b>	<b>155</b>
14.1 Steckbrief . . . . .	155
14.2 Ausführliche Projektbeschreibung . . . . .	155
14.3 Mathematische Inhalte . . . . .	158
<b>15 Die Schritte zum Ziel</b>	<b>159</b>
15.1 Verstehen, wie sich die Masse bewegt . . . . .	159
15.2 Realistischer modellieren mit Dämpfung . . . . .	160

15.3 Werkzeug: Lineare Differentialgleichungssysteme lösen . . . . .	164
15.4 Das Praxisproblem lösen . . . . .	165
<b>16 Die Lösungen</b>	<b>167</b>
16.1 Verstehen, wie sich die Masse bewegt (Aufgaben 15.1) . . . . .	167
16.1.1 Lösung der Bewegungsgleichung . . . . .	167
16.1.2 Bewegungsgleichung bei Anregung . . . . .	168
16.1.3 Begriffe klären . . . . .	174
16.1.4 Vermessen des Versuchsaufbaus . . . . .	174
16.2 Realistischere Modellierung mit Dämpfung (Aufgaben 15.2) . . . . .	175
16.2.1 Dämpfungskraft . . . . .	175
16.2.2 Bewegungsgleichung mit Dämpfung . . . . .	175
16.2.3 Bewegungsgleichung mit Dämpfung bei Anregung . . . . .	177
16.3 Lineare Differentialgleichungssysteme (Aufgaben 15.3) . . . . .	183
16.4 Das Praxisproblem (Aufgaben 15.4) . . . . .	192
16.4.1 Korrektur der ersten Masse . . . . .	192
16.4.2 Aufstellen des homogenen DGL-Systems . . . . .	192
16.4.3 Bestimmen der Eigenfrequenzen . . . . .	194
16.4.4 Lösen des inhomogenen DGL-Systems . . . . .	202
16.4.5 Allgemeine Lösung der inhomogenen DGL . . . . .	205
<b>17 Das Experiment</b>	<b>209</b>
17.1 Experimenteller Aufbau . . . . .	209
17.1.1 Ziele und Anforderungen . . . . .	209
17.1.2 Aufbau und Fertigung . . . . .	210
17.2 Durchführung . . . . .	217
<b>18 Exemplarischer Zeitplan</b>	<b>221</b>